Technische Universität Ilmenau
Institut für Mathematik

Preprint No. M **15/02**

Zur gesellschaftlichen Funktion der angewandten Mathematik

Achim Ilchmann

Januar 2015

Impressum:
Hrsg.: Leiter des Instituts für Mathematik
Weimarer Straße 25
98693 Ilmenau
Tel.: +49 3677 69-3621
Fax: +49 3677 69-3270
http://www.tu-ilmenau.de/math/

Noname manuscript No.
eingereicht bei **Mathematische Semesterberichte** Januar 2015

Zur gesellschaftlichen Funktion der angewandten Mathematik

Achim Ilchmann

Zusammenfassung Der Begriff der Wissenschaft wird expliziert; die Einzelwissenschaften Philosophie, Natur- und Technikwissenschaften und Mathematik werden historisch und systematisch eingeordnet, um insbesondere den Unterschied zwischen Technologie und angewandter Mathematik zu verstehen. Es wird dann Peter Bulthaups These der „tendenziellen Transformation von Wissenschaft in Technologie“ für die angewandte Mathematik untersucht.

Keywords Philosophie der Mathematik · angewandte Mathematik · gesellschaftliche Funktion

Mathematics Subject Classification (2010)
00A30 · 01A05 · 01A74

Diese Publikation verwendet die deutsche Rechtschreibung nach den Regeln des Duden vor 1996.

Inhaltsverzeichnis

Angewandte Mathematik wird in drei Teilen untersucht. In Kapitel 1–3 werden anhand der erkenntnistheoretischen Resultate von Platon, Aristoteles, Kant und Hegel die Begriffe Wissenschaft, Einzelwissenschaft und Mathematik expliziert. Es folgt in den Kapiteln 4–7 unter Berücksichtigung der vorhergehenden systematischen Resultate eine Beschreibung der historischen Durchsetzung der angewandten Mathematik. In Kapitel 8–9 wird abschließend Peter Bulthaups These der „tendenziellen Transformation von Wissenschaft in Technologie“ für die angewandte Mathematik untersucht.

Achim Ilchmann, Institut für Mathematik, Technische Universität Ilmenau, Weimarer Straße 25, 98693 Ilmenau; achim.ilchmann@tu-ilmenau.de

1 Was ist Wissenschaft?

1.1 *Die aristotelische Bestimmung von Wissenschaft als eine von vier Erkenntnisstufen*

Aristoteles (384-322 v. Chr.) entwickelt in der Metaphysik [3, Kap. I.1] und in der Analytica Posteriora [4, II 19]) einen ersten Begriff der Wissenschaft. Er unterscheidet vier Stufen der Erkenntnis:

1.) sinnliche Wahrnehmung (sehen, hören, tasten, schmecken, riechen)
2.) Erinnerung
3.) Vorstellung, Erfahrung
4.) Wissenschaft, Kunst, Überlegung

Diese Stufen sind aufsteigend bezüglich des erkenntnistheoretischen Fortgangs und absteigend bezüglich der logischen Entwicklung, d.h. das spätere ist logisch vorausgesetzt.
Aus sinnlicher Wahrnehmung muß nicht Erinnerung entstehen, da jene individuell ist, diese aber einen allgemeinen Aspekt hat. Erinnerung bedeutet „ein Bleiben des Wahrnehmungsinhalts“ [4, 99 b 36], und dieses allgemeine Moment bei der sinnlichen Wahrnehmung nicht vorhanden ist. Um sich zu erinnern, muß vorher das zu Erinnernde sinnlich wahrgenommen werden; logisch ist das sinnlich Wahrgenommene eine Voraussetzung für das Erinnern. Wenn ich erinnere, so bin ich in erkenntnistheoretischer Hinsicht fortgeschrittener als jemand, der dieses Vermögen nicht hat.
Aus Erinnerung muß nicht zwingend eine Erfahrung oder Vorstellung entstehen, da letztere Spontaneität der Einbildungskraft erforderen, was jene nicht umfaßt. Erfahrung stellt nur ganz bestimmte Erinnerungen in einem Zusammenhang; dieser Zusammenhang aus dem

Mannigfaltigkeit der Erinnerungen stellt sich nicht notwendig ein. Wieder ist die Erfahrung erkenntnistheoretisch später als die Erinnerung; die Erinnerung aber logisch vorausgesetzt.
Ebenso führt Erfahrung nicht notwendig zu wissenschaftlicher Erkenntnis, da diese die Kenntnis des Allgemeinen und des Zugrundeliegenden voraussetzt, während für jene die Gewöhnung schon hinreichend ist. Technik ($\tau\epsilon\zeta\eta\epsilon$) bezeichnet wie Kunst (*ars*) Wissenschaft zugleich. Für die Kunst gilt: Sie ist nicht bloß praktisch ausgerichtet, wie die Erfahrung, sondern geht auf die Grundlagen; sie erkennt die Ursachen; sie ist lehrbar; sie geht auf das Allgemeine und nicht auf das Einzelne.

Die jeweiligen Übergänge von einer Erkenntnisstufe zur nächst höheren sind nicht zwingend, „denn das Zugrundeliegende bewirkt doch nicht selbst seine eigne Veränderung.“ [3, 984a21 ff.]
Dem erkenntnistheoretischen Fortschritt von der sinnlichen Wahrnehmung bis zur Wissenschaft korrespondiert der historische Fortschritt in der Entwicklung der Wissenschaft. Allerdings sind die Erkenntnisstufen absteigend bezüglich der logischen Erkenntnis der sinnlichen Erscheinungen, denen das Allgemeine zugrunde liegt, das erkannt werden muß, um das Einzelne zu bestimmen. Die Konsequenz ist: Das sinnlich Erste ist das logisch Letzte, und der erkenntnistheoretische Fortschritt ist ein Rückgang in den Grund.

1.2 *Nicht Praxis, sondern Muße ist notwendige Bedingung für Wissenschaft*

„Man hat angefangen zu philosophieren, um die Unwissenheit zu fliehen. Daraus folgt, daß man um des Erkennens willen das Wissen verfolgt hat, nicht nur um des Nutzens willen, nicht um irgendeines anderen Gebrauchs willen.“ [24, 872] So berichtet Hegel über die Philosophie der Griechen und deren Motivation und steht damit im Gegensatz zu der immer mal wieder aufgestellten Behauptung, daß Wissenschaft das Resultat der praktischen Auseinandersetzung des Menschen mit der Natur sei. Aber schon Aristoteles hatte festgestellt, daß Muße eine notwendige Bedingung der Möglichkeit von Wissenschaft ist: Es mußte „so ziemlich alles zur Annehmlichkeit und Lebensführung Nötige vorhanden“ [3, 982a19 ff.] sein, bevor „man diese Art der Einsicht zu suchen“ [3, 982a23] begann. Die potentielle Freistellung von Arbeit und die Bereitstellung von Konsumtionsmitteln ist eine notwendige Bedingung der Muße. „Als daher schon alles Derartige geordnet war, [. . .] bildeten sich in Ägypten zuerst die mathematischen Künste (Wissenschaften) aus, weil dort dem Stande der Priester Muße gelassen war.“ [3, 981b20]
Dieser historischen Darstellung liegt das folgende systematische Argument zugrunde: Muße setzt freie Zeit voraus, und die ist in einer durch Herrschaft bestimmten Gesellschaft nur für die Herrscher selbst und den von ihnen privilegierten (zum Beispiel die Priester) verfügbar. Insofern ist Muße eine für die Wissenschaft notwendige Bedingung, die durch die Sklavengesellschaft historisch durchgesetzt wurde: „Ohne Sklaverei kein griechischer Staat, keine griechische Kunst und Wissenschaft. [. . .] Ohne die Grundlage des Griechentums und des Römerreichs aber auch kein modernes Europa. Wir sollten nie vergessen, daß unsere ganze ökonomische, politische und intellektuelle Entwicklung einen Zustand zur Voraussetzung hat, in dem die Sklaverei ebenso notwendig wie allgemein anerkannt war.“ [18, S. 168] Allerdings folgt aus dieser historischen Tatsache nicht, daß Muße als notwendige Bedingung für Wissenschaft nur in einer Klassengesellschaft hergestellt werden kann.

Aber auch wenn Praxis keine notwendige Bedingung für Wissenschaft ist, so können praxisrelevante Fragestellungen initial für die Theorie sein, welche die Ursachen für die Praxis erkennt.

1.3 *Die Allgemeingültigkeit und Notwendigkeit der Resultate der Wissenschaft*

Weiter mit Aristoteles: Die Wissenschaft als höchste Erkenntnisstufe geht notwendig auf „die ersten Ursachen und Prinzipien.“ [3, 981b28] Nicht notwendig bedeutet zufällig, gerade das ist eine wissenschaftliche Aussage nicht. Und ebenso sind ihre Resultate allgemeingültig: Ein Wissenschaftler muß „den (allgemeinen) Begriff besitzen.“ [3, 981a15] Nicht allgemein bedeutet empirisch beschränkt, einzeln. Um den allgemeinen Begriff zu erarbeiten, kann es zwar verschiedene „Ansätze“ oder Betrachtungen geben, aber das Denken wird „von der Wahrheit selbst genötigt“ [3, 984b10], und die Ansätze müssen zu demselben Ergebnis gelangen. Für eine wissenschaftliche Erkenntnis sind Notwendigkeit und Allgemeinheit unentbehrlich, so auch Kant zweitausend Jahre später: „Notwendigkeit und strenge Allgemeinheit sind also sichere Kennzeichen einer Erkenntnis a priori, und gehören auch unzertrennlich zusammen.“ [34, B 4]

1.4 *Die Mathematik als Prototyp einer Wissenschaft*

Die Mathematik war das erste Gebiet, in dem notwendige und allgemeingültige Aussagen formuliert wurden; siehe beispielsweise Euklids „Elemente“ [19]. Kant ist – wie Adorno [2, S. 51] es ausdrückt – überzeugt „von der ungeheuren Gewalt und Dignität“ der Mathematik und Naturwissenschaften, und Kant (1724-1804) schreibt: „Die M a t h e m a t i k ist von den frühesten Zeiten her [. . .] den sicheren Weg einer Wissenschaft gegangen.“ [34, B X] Ihr kommen „Notwendigkeit und strenge Allgemeinheit“ zu.

1.5 *Womit muß der Anfang der Wissenschaft gemacht werden?*

So lautet die Überschrift eines Abschnitts zu Beginn in Hegels *Wissenschaft der Logik I* [25, S. 53-65]. Hegel (1770-1831) geht aus von der griechischen Erkenntnis einer Aporie: poros – griech. Weg; a ist Verneinung: a poros – Nicht-Weg, ausweglos. Hegel entwickelt in der dialektischen Form diese Aporie weiter. Das ist – wie wir sehen werden – das Problem des Anfangs.

1.5.1 Der Eristischer Satz: Der Anfang ist eine Aporie

Erstmals systematisch wurde das Problem des Anfangs in der Wissenschaft im sogenannten Eristischen Satz (*Eristik: die Kunst des Streitens oder Disputierens: Eristiker wurden die Schüler des Eukleides von Megana (400 v.u.Z.) wegen ihrer Neigung zum Wortstreit genannt [28]*) formuliert: „Daß nämlich ein Mensch unmöglich suchen kann, weder was er weiß, noch was er nicht weiß. Nämlich weder was er weiß, kann er suchen, denn er weiß es ja, und es bedarf keines Suchens weiter; noch was er nicht weiß, denn er weiß ja dann auch nicht, was er suchen soll." [41, 80c] Die beiden Pole ‚Wissen' und ‚Nichtwissen' sind aporetisch bestimmt: Weiß der Mensch, so braucht er nicht zu forschen; weiß er nicht, so kann er nicht forschen. Danach ist Forschung als Vermittlung von Unwissen und Wissen nicht möglich. Die Konsequenz dieser Einsicht drückt Platon drastisch im ‚Menon' aus, in dem er dem Sklaven (der als Sklave der Einsicht fähig ist, was in der griechischen Gesellschaft allgemein nicht akzeptiert wurde) erstarren läßt: „Daß ich voll Verwirrung geworden bin, und du [Menon, AI] dünkst mich [...] dem Zitterrochen zu gleichen. Denn auch dieser macht jeden, der ihm nahekommt und ihn berührt, erstarren." [41, 80a] (Der Zitterrochen ist ein Knorpelfisch, der bis zu einem Meter Durchmesser groß sein kann und dessen elektrische Organe 200 Volt stark sein können.) Der Sklave erstarrt, weil die Praxis im Widerspruch zur gedachten Aporie steht: Es gibt Forschung, man überwindet die Unwissenheit und gelangt zum Wissen. Platon weiß, daß es ein diskursives Verfahren nicht gibt, welches angibt, wie aus gegebenen Prämissen der Widerspruch zu überwinden ist, um zu neuen Erkenntnissen zu gelangen. Wie trotzdem neue wissenschaftliche Resultate erzielt werden können, vermögen die Griechen systematisch nicht zu fassen. Es gibt die Spontaneität der Einbildungskraft, aber woher kommt sie und was treibt voran? In der Mathematik ist uns diese Praxis sehr wohl bekannt: Voran treibt der Widerspruch und der Zweifel; die „zündende Idee" – woher sich auch immer stammt – hat mit einem diskursiven Verfahren nichts zu tun.

1.5.2 Der Eros: die Einheit von Momenten

Im Symposion-Dialog [42] wählt Platon einen Mythos, um die Aporie des Eristischen Satzes und deren Überwindung zdarzustellen. Wohlgemerkt – eine Aporie kann logisch nicht überwunden werden, es ist ein Widerspruch; dem Widerspruch muß auf dem Grund gegangen werden.

In der griechischen Philosophie ist der Eros weder ein Gott noch ein Mensch, sondern ein Dämon, der „immer in der Mitte" [42, 203e] steht und mit seinem „geschmeidigen Wesen [vermittelt, AI], denn sonst vermöchte er nicht überall sich anzuschmiegen" [42, 196a] zwischen dem Unsterblichen und dem Sterblichen. Im platonischen Mythos wird der Eros gezeugt beim Geburtsfest der Aphrodite, die Göttin der Liebe, der Schönheit und der sinnlichen Begierde. Des Eros Mutter ist Penia, sie steht für ausweglos aber begierlich; des Eros Vater ist Poros (griech. Weg), er steht für den Weg wissend aber gesättigt; die Mutter des Vaters ist Metis und steht für Erfindung, Einfall, Gedanke, das entspricht der Spontaneität der Einbildungskraft. Die Gegensätze Penia und Poros sind aufeinander verwiesen: ausweglos (unwissend) und wissend, begierlich und gesättigt. Wären nur Penia oder Poros, so wäre kein Weiterkommen, erst in ihrer Kombination ist ein Neues möglich. „Zuerst ist er [Eros, AI] immer arm [...] und der Dürftigkeit Genosse." [42, 203c/d] „Nach seinem Vater wiederum stellt er dem Guten und Schönen nach, ist tapfer, keck und rüstig, ein gewaltiger Jäger, allezeit irgend Ränke schmiedend, nach Einsicht strebend, sinnreich, sein ganzes Leben lang philosophierend, ein arger Zauberer, Giftmischer und Sophist, und weder wie ein Unsterblicher geartet, noch wie ein Sterblicher, bald an demselben Tage blühend und gedeihend, wenn es ihm gut geht, bald auch hinsterbend, doch aber wieder auflebend nach seines Vaters Natur." [42, 203d/e]

Der systematische Grund für diesen Mythos ist, was Hegel erst zweitausend Jahre später entwickelte: die Einheit von Momenten. Momente für sich genommen, hier Poros und Penia, sind widersprechend, unselbständig; dies ist die falsche Abstraktion im Eristischen Satz. Die Momente bestehen erst in der Einheit, hier in der Einheit Eros. In dieser Konstellation ist es dann erst möglich, daß Eros als Einheit von Poros und Penia etwas Neues konstituiert. Das ist bei Platon angelegt: „In der Mitte zwischen beiden [Gott und dem Sterblichen, AI] ist es [die Verrichtung des Eros, AI] also die Ergänzung, daß nun das Ganze in sich selbst verbunden ist." [42, 202e] Das Ganze ist die Einheit, hier die Einheit Erkenntnis mit den Momenten Unwissen und Wissen, es ist nicht bedingt durch anderes, Platon sagt „in sich selbst verbunden", und gleichzeitig verbindet das Ganze ehemalige sich widersprechenden und für die

Einheit konstitutiven Pole, die dann als Momente aufgehoben (zerstört und aufbewahrt) sind.

1.5.3 Hegels Aufhebung des Eristischen Satzes: Das Problem des Anfangs

Hegel beschreibt die Aufhebung des Eristischen Satzes, die schon im Mythos Eros angelegt war, systematisch. Dem Einwand, daß ein in sich widersprüchlicher Begriff, ein nihil negativum, nichts bezeichnen kann, hält Hegel entgegen, daß ein Begriff, der nichts bezeichnen kann, nicht einmal sich selbst widersprechen kann. Sondern dem Widerspruch von Unwissen und Wissen im Eristischen Satz ist auf den Grund zu gehen. Hegel sagt nicht, daß der Widerspruch zur Aufgabe zwingt, sondern geradezu umgekehrt, daß der Widerspruch für den Begriff des Anfangs (der Forschung) notwendig ist. Er faßt den Eristischen Satz in allgemeinerer Form als Problem des Anfangs in der Philosophie: „Der Anfang der Philosophie muß entweder ein V e r m i t t e l t e s oder U n m i t t e l b a r e s seyn, und es ist leicht zu zeigen, daß er weder das eine noch das Andre seyn könne.“ [25, S. 53, Z.5-8] Der Anfang muß vermittelt sein, weil er zwischen Unwissen und Wissen oder Zugrundeliegenden und Entwickelten vermittelt; er muß unvermittelt sein, weil er sonst auf das Vermittelte verweist, von dem er abhängt und dann kein Anfang wäre. Aber der Anfang als ein zugleich vermittelter und unvermittelter wäre widersprüchlich. Diese Aporie liegt im Begriff des Anfangs, die Momente Zugrundeliegendes und Entwickeltes (oder Nichtwissen und Wissen) sind als isolierte betrachtet sich widersprechend. Das führt nicht wie beim Eristischen Satz zur Resignation. Sondern die Reflexion auf den Begriff des Anfangs ergibt, daß die widersprechenden Pole im Begriff des Anfangs aufgehoben sind. Allgemein ausgedrückt: Die Momente konstituieren die Einheit. Sie sind notwendig sich widersprechend und als solche widersprechende machen sie die Einheit, hier den Begriff des Anfangs, aus. Aufgehoben sind die Momente der Einheit in doppelter Bedeutung: Sie sind zerstört, weil sie als widersprechende erkannt sind und so als isolierte keinen Bestand haben; sie sind aufbewahrt, weil nur mit ihnen die Einheit begrifflich zu fassen ist. Hegel drückt diesen Sachverhalt wie folgt aus: „Ein System von Momenten ist eine Einheit Entgegengesetzter, die nichts außer dieser Entgegensetzung, außer diesem Verhältnisse sind, nicht gleichsam noch einen Überschuß über einander haben, wodurch sie für sich wären; sondern so gleichsam aufeinanderpassen, daß indem sie in der That bey ihrer Entgegensetzung als ein System oder als Einheit dargestellt werden, sie sich aufheben.“ [22, S. 9]

Ein weiteres Beispiel für eine Einheit von Momenten ist in der aristotelischen vier-Ursachen-Lehre [3, Kap. I.3] zwar so nicht ausgeführt aber angelegt: Form und Materie sind Momente in der Einheit Körper. Die Form ist stets in einer Materie und die Materie ist nicht formlos, Form und Materie sind aufeinander verwiesen und nicht selbständig. Sie sind causae eines Körpers, zum Beispiel der Statue. Sie bestehen neben anderen Momenten (causa efficiens und causa finales) im Körperlichen. Im Abschnitt 4.2 wird ein mathematisches Beispiel angegeben.

Der Eristische Satz ist überwunden. Das treibende Moment, diesen Satz zu überwinden, ist bei Platon ausgedrückt durch die Erstarrung des Sklaven. Sie drückt den Widerspruch zwischen der Erkenntnis ‚Forschung ist nicht möglich‘ und ‚Forschung findet statt‘ aus. Es ist also das materialistische Argument ‚Forschung findet statt‘, welches die Entwicklung des Gedankens voran treibt und dem Widerspruch auf den Grund geht. Das zeigt, daß es problematisch wäre, die Philosophie Hegels als ausschließlich idealistisch zu verstehen.

1.5.4 Fortschritt ist Rückgang

Das Verhältnis der Momente Unwissen und Wissen oder, analog und allgemeiner, die Einheit des Anfangs mit den Momenten Grund und Entwickeltes, soll weiter untersucht werden. Dieses Verhältnis wird in Abschnitt 1.6.1 zur Klärung der mathematische Forschung beitragen.

„Das Vorwärtsgehen [ist] ein R ü c k g a n g in den G r u n d, zu dem U r s p r ü n g l i c h e n und W a h r h a f t e n, von dem das, womit der Anfang gemacht wurde, abhängt und in der That hervorgebracht wird.“ [25, S. 57, Z. 14–16] Das Vorwärtsgehen, die gedankliche Entwicklung zu neuer Erkenntnis, hängt von seinem Anfang ab, denn ex nihilo nihil fit. Indem man das erkenntnistheoretisch Neue entwickelt, erkennt man das logisch Frühere, den Grund für das Neue. Deshalb ist „das Vorwärtsgehen [. . .] ein Rückgang in den Grund“. Man schafft/erkennt den logischen Grund, der für das Spätere zugrunde liegt.

Dieser Prozeß, in dem der (erkenntnistheoretische) Fortschritt zugleich ein (logischer) Rückgang ist, überwindet die Starrheit der isolierten Momente, indem die Momente nur in diesem Prozeß ihren Bestand haben. Wieder ist für diesen Prozeß ein diskursives oder methodisches Verfahren nicht angebbar, sondern der Anfang als Resultat wird, wie auch immer, aktiv geschaffen/hervorgebracht.

1.5.5 Der Anfang ist Bewegung und Resultat

Der Anfang wird als Gegenteil dessen erkannt, für was er anfangs gehalten wurde. Er ist weder eine feste, ruhende Grundlage, noch ist er etwas, von dem auszugehen ist. Hegel erkennt, daß die Wissenschaft (oder synonym der Erkenntnisprozeß) Bewegung ist, indem die erste Bestimmung zu einer letzten wird, indem sie weiter entwickelt wird, und das erkenntnistheoretisch

Letzte zugleich das logisch Frühere ist: „Das Wesentliche für die Wissenschaft ist [...], daß das Ganze derselben ein Kreislauf in sich selbst ist, worin das Erste auch das Letzte, und das Letzte auch das Erste wird.“ [25, S. 57] Die Metapher „Kreislauf“ ist vielleicht nicht ganz treffend; besser wäre „spiralförmiger Kreislauf“, alldieweil der Prozeß nicht im Kreislauf an die selbe Stelle zurückkehrt, sondern zwar zu derselben Bestimmung zurückkehrt, die dann aber weiter entwickelt ist. Nochmal: Es findet zugleich eine rückwärtsgehende Erschließung des Grundes (logisch) und eine vorwärtsgehende Entwicklung des Grundes (erkenntnistheoretisch) statt. Der Anfang wird, indem auf ihn selbst reflektiert wird, als Bewegung erkannt und diese Erkenntnis ist ein Resultat, welches den Anfang selbst begründet. Siehe dazu ausführlicher [48].

1.6 *Die Kopernikanische Wende*

Die Mathematik ist für Kant – wie wir in Abschnitt 1.4 ausgeführt haben – der Prototyp der Wissenschaft. Nach ihrem Vorbild leitet er die „Kopernikanischen Wende“ der Erkenntnistheorie ein, damit „ein bloßes Herumtappen“ in der Philosophie ein Ende hat und sie „den sicheren Gang einer Wissenschaft gehe.“ [34, B VII] Bis zu dieser Wende betrachtete man in der Erkenntnistheorie getrennt die Natur einerseits und den kontemplativen (passiv-beobachtenden) Verstand andererseits. In verschiedenen Varianten hatten die Vertreter der Abbildtheorie versucht zu erklären, wie die Gegenstände der Natur dem Verstand „eingegeben“ werden; der Verstand schaut die Natur an und erkennt durch die Anschauung die Natur. Kants schlagendes Argument ist, daß aus endlich vielen Beobachtungen der Natur nicht ein Allgemeines im Denken folgen kann: Ein Empirisches, ein sinnlich Einzelnes, wie oft es auch betrachtet wird, kann als Endliches nicht zu einer allgemeinen Aussage führen. Selbst für ein im Geiste Angeschautes, nicht notwendig Empirisches, muß entgegengesetzt argumentiert werden: „Bisher nahm man an, alle unsere Erkenntnis müsse sich nach den Gegenständen richten; [...] man versuche es daher einmal, ob wir nicht den Aufgaben der Metaphysik damit besser fortkommen, daß wir annehmen, die Gegenstände müssen sich nach unserem Erkenntnis richten.“ [34, B XVI] Das beschreibt in Kürze die „Kopernikanische Wende“. Bevor dies in den folgenden Unterabschnitten im einzelnen erläutert wird, sei noch angemerkt, „daß die Thematik der ‚Kritik der reinen Vernunft‘ nicht sowohl die spekulative Entwicklung, Hervorbringung, Erzeugung dieser synthetischen Urteile a priori oder überhaupt irgendwelcher Wahrheiten sei, sondern vielmehr die Prüfung ihrer Gültigkeit.“ [2, S. 51]

1.6.1 Das a-priori-Wissen

Kant gesteht Descartes, Leibniz und anderen Erkenntnistheoretikern zu, daß das Subjektive notwendig beteiligt ist an der Erkenntnis; aber Kant entwickelt nicht wie jene die Erkenntnis aus dem reinen Denken, sondern er will zeigen, warum die Ergebnisse der Mathematik und der Naturwissenschaften gültig sind. Er will auch die Mathematik begründen.

Als Beispiel mathematischer Erkenntnis führt Kant das mathematische Dreieck an: „Dem ersten, der den g l e i c h s e i t i g e n T r i a n g e l demonstrierte [...], ging ein Licht auf; denn er fand, daß er nicht dem, was er in der Figur sah, oder auch dem bloßen Begriffe derselben nachspüren und gleichsam davon ihre Eigenschaften ablernen, sondern durch das, was er nach Begriffen selbst a priori hineindachte und darstellte (durch Konstruktion), hervorbringen müsse.“ [34, B XI-XII]

A priori heißt nicht, daß es eine gesonderte, zeitlich vorhergehende Erkenntnis ist, sondern an der Erkenntnis ist ein Moment des Allgemeinen. Das Apriorische geht nicht auf im empirischen Endlichen. Das Apriorische ist nicht für sich zu bestimmen, sonst wäre es eine „höhere Eingebung“, sondern das Apriorische ist Resultat einer Reflexion: An der Erkenntnis ist ein Moment, das nicht in der sinnlichen Empfindung aufgeht, das nur negativ bestimmt werden kann. Betrachtet man Erkenntnisse, denen gar nichts Empirische beigemischt ist, so nennt Kant diese „rein a priori“. „Reine Urteile a priori [sind beispielsweise, AI] alle Sätze der Mathematik.“ [34, B 4]

Bemerkenswert ist Kants Wendung „er nach Begriffen selbst a priori hineindachte und darstellte (durch Konstruktion), hervorbringen müsse.“ [34, B XII] Das Erkennen ist ein aktiver („hervorbringen“) Vorgang des Individuums, welches „hineindenkt“ und „konstruiert“. Nur so kann das Neue entstehen.

1.6.2 Die Spontaneität der Einbildungskraft

Betrachten wir wieder das kantsche Beispiel eines Dreiecks. Wie erkennt man, daß die Winkelsumme im Dreieck 180° beträgt? Dieses Resultat erkennt man weder in der gezeichneten Figur, denn diese ist immer ungenau, noch in dem Begriff des Dreiecks, denn dieser enthält die 180° nicht. Man muß konstruieren, man muß darauf kommen, eine bestimmte Linie unter unendlich vielen Linien zu ziehen, um dann mittels geeigneter Winkelreflexionen und –verschiebungen das Resultat zu beweisen. Die Beweisidee, oder die Spontaneität der Einbildungskraft, folgt nicht analytisch durch Zerlegen des Begriffs aus den Axiomen. Die Konstruktion ist „a priori hineingedacht“ in den Begriff des Dreiecks, sie entspringt nicht dem empirischen Dreieck, sondern man erkennt am (nicht aus) dem empirischen Dreieck etwas, was für alle Dreiecke gilt. Die Erkenntnis folgt „durch das, war es nach Begriffen selbst a priori hineingedachte und darstellte (durch Konstruktion), hervorbringen müsse.“ [34, B XII] Es erkennt die tätige produktive Einbildungskraft als die Arbeit am Begriff. Im Mythos ist das der Eros, siehe das „Symposion“ in [42]. Diese Konstruktion ermöglicht synthetische Urteile a priori. Das, was an der Sache, am Gegenstand, a priori gilt, erkenne ich durch die Konstruktion. Das Apriorische ist nicht für sich zu bestimmen. Es wird erst erkannt, indem erkannt wird, daß das uns empirisch Gegebene nicht nur empirisch zu erkennen ist, die Erkenntnis notwendig ein nicht-empirisches Moment enthält.

Der Verstand ist, ganz im Gegensatz zur Auffassung des klassischen Realismus, nicht passiv kontemplativ, sondern tätige produktive Einbildungskraft, Spontaneität der Einbildungskraft; das Erkennen hat ein produktives Moment. Dieses produktive Moment ist dasjenige, was Platon im Mythos in der Form des Eros versucht hat auszudrücken.

Die Naturgesetze (siehe Abschnitt 2.2) werden durch menschliche experimentelle Arbeit erkannt, sie entspringen keineswegs aus den Experimenten. Ebenso entspringt die Theorie der Mathematik nicht, sondern muß erschaffen werden. Diese Arbeit der Erkenntnis leistet der empirische Einzelcharakter. Es ist unerheblich, welcher empirische Einzelcharakter den Satz aufstellt und beweist. Die Spontaneität der Erkenntnis führt zur Erkenntnis für die Gattung Mensch, das Subjektive ist Moment.

Die Parallele zwischen der handwerklichen und geistigen Arbeit ist wie folgt: Was bei dem Handwerker der artistische Umgang mit dem Material ist, das ist bei dem Wissenschaftler die produktive Einbildungskraft.

Die Erkenntnis ist nicht ein Willkürliches. Wissenschaft verfährt nicht nach dem „Modell Ostereier“: Das Subjekt legt etwas Beliebiges in die Sache hinein und findet dann dieses Etwas vor. Sondern: „Die Vernunft muß mit ihren Prinzipien [...] und mit dem Experiment, das sie nach jenen [Prinzipien, AI] ausdachte, [...] an die Natur herangehen, zwar um von ihr belehrt zu werden, aber nicht in der Qualität eines Schülers, der sich alles vorsagen läßt, [...] sondern eines bestallten Richters, der die Zeugen nötigt, auf die Fragen zu antworten, die er ihnen vorlegt.“ [34, B XIII]
In der Mathematik wird nicht ein Beliebiges ausgedacht, sondern es wird dasjenige erdacht, welches taugt, um das schon vorhandene Material zu begründen.

1.6.3 Die synthetischen Urteile a priori

Kants unterscheidet analytische und synthetische Urteile. Analytische oder synonym Erläuterungs-Urteile sind solche, bei denen „die Verknüpfung des Prädikates mit dem Subjekt durch Identität [...] gedacht wird. [...] Das Prädikat B [eines Urteils, AI] gehört zum Subjekt A als etwas, was in diesem Begriffe A (versteckterweise) enthalten ist.“ [34, B 10] Kants klassisches Beispiel für ein analytisches Urteil ist: Alle Körper sind ausgedehnt. Das Prädikat ausgedehnt ist in dem Subjekt Körper enthalten.
Synthetische oder synonym Erweiterungs-Urteile sind solche, „in denen diese Verknüpfung [des Prädikats mit dem Subjekt] ohne Identität gedacht wird. [...] Das Prädikat B liegt ganz außer dem Begriff A, ob es zwar mit demselben in Verknüpfung steht.“ [34, B 10] Für Kant ist klar: „M a t h e m a t i s c h e U r t e i l e s i n d i n s g e s a m t s y n t h e t i s c h .“ [34, B 14] Diese Bestimmung ist problematisch, Hegel schreibt: „Es wird aber, wenn man diesen Unterschied [des analytischen und synthetischen Erkennens, AI] näher betrachtet, schwer sein, in ihm einen bestimmten Gedanken, vielweniger einen Begriff zu entdecken.“ [23, S. 202] Hier soll nicht die gesamte Problematik der analytischen und synthetischen Urteile thematisiert werden, sondern nur die wesentlichen kantschen Bestimmungen bezüglich der Mathematik erörtert werden.

Konsistent ist die Bestimmung der analytischen Urteile bezüglich der Mathematik: Analytische Urteile sind solche, die den Begriff lediglich zergliedern. Wären mathematische Urteile analytisch, dann wäre die Mathematik tautologisch, es würde nichts Neues erkannt. Die Mathematik wäre ein „intellektueller Urknall“: Das Material würde existieren, woher auch immer. „Man muß über diese Begriffe hinausgehen.“ [34, B 15] Mathematisches Erkennen bedeutet nach Abschnitt 1.6.1 und 1.6.2, daß selbst a priori in den Begriff hineinzudenken ist, durch Konstruktion wird das Neue hervorgebracht und dargestellt. Hervorbringen und konstruieren bedeutet Synthesis. Also sind mathematische Urteile synthetisch.

1.6.4 Das Schema

Der Schematismus ist der Versuch Kants, zwischen reinen Verstandesbegriffen und Anschauung, oder zwischen Theorie und Praxis, oder zwischen Vernunft und Natur, zu vermitteln. Was ist die Anschauung eines Begriffs? Was ist eine Anschauung des Dreiecks oder des Banachraums? Es gibt ein Bild, welches ein Dreieck zeigt; aber dieses Bild erfaßt nicht den Begriff des Dreiecks. Für den Banachraum kann man ohnehin kein Bild erstellen. Kant sagt: „Das Schema ist doch vom Bilde zu unterscheiden. [...] Diese Vorstellung nun von einem allgemeinen Verfahren der Einbildungskraft, einem Begriff sein Bild zu verschaffen, nenne ich das Schema zu diesem Begriffe.“ [34, B 179-180] Dem Bild liegt zugrunde der allgemeine Begriff. Das Schema ermöglicht das Erschaffen des Bildes, es liegt notwendig zugrunde. Fragt man weiter, woher dieses Vermögen des empirischen Einzelcharakters stammt, so antwortet Kant: Dem Schema liegt zugrunde „eine verborgene Kunst in den Tiefen der menschlichen Seele.“ [34, B 180] Wie der Einzelcharakter dazu in der Lage ist, das bleibt „verborgen“ und interessiert in erkenntnistheoretischer Hinsicht nicht. Nicht verborgen ist das Verhältnis von Schema und Bild. Das transzendentale Schema wird von Kant als Drittes verstanden, welches die Gleichartigkeit von Begriff und Vorstellung gewährleistet. “Das B i l d ist ein Produkt des empirischen Vermögens der produktiven Einbildungskraft.“ [34, B 181] Das Vermögen ist empirisch, weil es sich auf Gegenstände oder Bilder von Gegenständen bezieht. Es ist ein produktives Denken nötig, um solche Bilder zu ermöglichen. Zusammenfassend: „Das S c h e m a sinnlicher Begriffe [. . . , ist, AI] ein Produkt und gleichsam ein Monogramm der reinen Einbildungskraft a priori, wodurch und wonach die Bilder allererst möglich werden.“ [34, B 181] Die Einbildungskraft produziert das Schema und gleichzeitig ist das Schema die ausgezeichnete Eigenschaft der Einbildungskraft; durch das Schema ist die Einbildungskraft erst das, was sie ist.

1.7 *Die Gegenstandsbereiche und das System von Wissen*

Eine Wissenschaft von etwas muß einen bestimmbaren – gegen andere abgrenzbaren – Gegenstandsbereich haben, über den sie handelt. Durch unterschiedliche Gegenstandsbereiche wird die Wissenschaft in unterschiedliche Einzelwissenschaften unterteilt. Innerhalb des Gegenstandsbereich einer Wissenschaft gibt es mannigfaltige Einzelresultate, und diese in ihrer Gesamtheit machen die jeweilige Einzelwissenschaft aus. Die Einzelresultate sind so bezogen aufeinander, daß sie durch ihren inneren Zusammenhang ein konsistentes System von Wissen bilden. Eine Akkumulation von Einzelresultaten allein schafft nicht notwendig dieses System von Wissen. Insbesondere kann eine Wissenschaft nicht hergestellt werden durch einen äußerlichen Zusammenhang, indem lediglich Einzelresultate zu einem Begriff zusammengestellt werden: Medienwissenschaft soll die Wissenschaft sein, die alles in Bezug zu Medien untersucht.

Aber eine Einzelwissenschaft entwickelt sich weiter durch die Akkumulation und Integration von Einzeluntersuchungen. Diese Entwicklung ist nur möglich auf Grundlage des vorhandenen Wissens, letzteres ist eine notwendige Voraussetzung. Interdisziplinäre Forschung zwischen Einzelwissenschaften kann für die jeweiligen Systeme der Einzelwissenschaften fruchtbar sein und dann gegebenenfalls zu einem neuen, umfassenderen System führen. „Resultat der Entwicklung einer Wissenschaft ist also nicht nur die Anhäufung einzelner Ergebnisse, sondern ein System des Wissens, in dem diese Ergebnisse untereinander zusammenhängen und das in jeder einzelnen Forschung partiell aktualisiert wird.“ [13, S. 12]

2 Die Einzelwissenschaften

Nach den Ausführungen zum Begriff der Wissenschaft in Kapitel 1 werden in diesem Kapitel die Einzelwissenschaften Philosophie, Mathematik, Naturwissenschaften, Technikwissenschaften und deren Zusammenhang untersucht.

2.1 *Die Philosophie*

2.1.1 Ihr Gegenstandsbereich

Der Gegenstandsbereich der Philosophie ist das Erkennen und das Wissen schlechthin. Der Philosophie ist eigen, daß ihre methodischen Werkzeuge mit dem Gegenstandsbereich zusammenfallen: Sie beweist mit den ersten Ursachen (i.e. den logischen Prinzipien, die zugrunde liegen) die ersten Ursachen (i.e. die logischen Prinzipien, ohne die nicht gedacht werden kann). Der Grund (erste Ursachen) und der Gegenstand (Ziel der Wissenschaft) fallen zusammen. Aristoteles hatte dies erkannt: „Durch diese [Methoden, AI] und aus diesen [Prinzipien, AI] wird das andere erkannt, nicht aber sie [die Philosophie, AI] aus dem Untergeordneten.“ [3, 982b2 ff.] Durch die Prinzipien wird erkannt, sie sind die methodische Grundlage; aus den Prinzipien wird erkannt, sie sind die logische Grundlage. Die methodische und logische Grundlage fallen zusammen, und diese Grundlage ist die einzige Grundlage. Anders ausgedrückt: Die Philosophie denkt nach über das Denken selbst. Spezieller für die Logik ausgedrückt: Der logische Schluß als Resultat ist nur logisch (methodisch) mit logischen Grundlagen (Prinzipien) herzuleiten. Die Erkenntnis der philosophischen Gegenstände hängt nicht ab von einer ihr logisch vor– oder untergeordneten Wissenschaft, sondern der Gegenstandsbereich der Philosophie fällt zusammen mit Methoden und Prinzipien.

2.1.2 Die Reflexivität der Philosophie

Die Philosophie ist „allein um ihrer selbst willen“ [3, 982b26]; sie ist die einzige Wissenschaft, in der Methoden und Prinzipien zusammenfallen. In methodischer Hinsicht stellt sie die logischen Werkzeuge und deren Tragweite bereit; in erkenntnistheoretischer Hinsicht erforscht sie das Sein als Seiendes, welches Grundlage jeder Einzelwissenschaft ist. Weil Methoden und Prinzipien zusammenfallen, ist die Philosophie zweifach und einfach zugleich, sie ist reflexiv; siehe Abschnitt 3.4. Die Philosophie ist nicht bedingt durch andere Wissenschaften, allerdings ist sie auch nicht losgelöst von allen anderen, sondern sie bedingt alle anderen Einzelwissenschaften. Sie behandelt beispielsweise den Satz vom zu vermeidenden Widerspruch und tertium non datur; diese logischen Werkzeuge liegen notwendig allen anderen Einzelwissenschaften zugrunde.

2.1.3 Der aristotelische Freiheitsbegriff

Nach Aristoteles ist die Philosophie „als allein unter allen frei; denn sie allein ist um ihrer selbst willen.“ [3, 982b26] Er setzt Reflexivität und Freiheit gleich; das ist der aristotelische Freiheitsbegriff. Aber – wie später Kant und Hegel kritisieren werden – die Reflexivität pur, nämlich das Denken des Denkens, ist leer. Oder anders ausgedrückt: das Denken für sich ist leer. Richtig am aristotelischen Freiheitsbegriff ist, daß die Wissenschaft oder die Philosophie nicht bestimmt ist durch anderes. Aber das wäre Freiheit im weitesten Sinne, nämlich so zu handeln, wie man will, das alleine macht Freiheit nicht aus. Die Freiheit im engeren Sinne wird in Abschnitt 3.3 behandelt.

2.2 *Die Naturwissenschaften*

2.2.1 Die Gegenstandsbereiche der Naturwissenchaften

Die Physik untersucht die materiellen und energetischen Verhältnisse der Körper; die Chemie untersucht die Zusammensetzung und die Reaktionen der Stoffe; die Biologie untersucht das Leben und die Lebewesen.

Die Gegenstände der Naturwissenschaften sind nicht die Gegenstände der Natur. Die Natur besteht aus vielen partikularen Gegenständen. Die Gegenstände der Wissenschaft müssen identische Gegenstände sein, sonst sind notwendige und allgemeingültige Aussagen nicht möglich; siehe die Abschnitt 1.6. Deshalb kommt Peter Bulthaup zu der Aussage: „Aus dem empirisch Gegebenen das Reproduzierbare herauszuarbeiten, [darin] besteht gerade die wissenschaftliche Anstrengung.“ [13, S. 10] Oder anders ausgedrückt: „Weil die Naturwissenschaften nicht einen identischen Gegenstand, die Natur, haben, sondern eine Vielzahl von partikularen Gegenständen, [wurden sie] aus dem Naturzusammenhang isoliert.“ [13, S. 9] In dieser Arbeit des Isolierens ist aufgehoben der Bezug der Gegenstände der Naturwissenschaften zur Natur: Die Gegenstände der Naturwissenschaften sind nicht Naturgegenstände, aber sie sind bezogen auf Gegenstände der Natur.

2.2.2 Die Kopernikanische Wende

Die Kopernikanische Wende in philosophischer Hinsicht haben wir in Abschnitt 1.6 ausgeführt. In den Naturwissenschaften ist die Kopernikanische Wende zugleich der Beginn der Naturwissenschaften; vergleiche Abschnitt 5.3. Kopernikus (1473–1543) überwindet das aristotelische Weltbild, indem er – im Unterschied zu seinen Vorgängern – nicht die Erscheinungen für das Wahre nimmt, sondern den den Erscheinungen zugrundeliegenden Prozeß sucht. Kepler (1571–1639) sagt, daß „die Natur in den Lettern der Mathematik geschrieben“ sei; das ist die Kopernikanische Wende in den Naturwissenschaften. Zwar ist dieses Weltbild verglichen mit dem aristotelischen ein wesentlicher Fortschritt, aber es wird fälschlich unterstellt, daß der Mensch bloß die Natur zu betrachten braucht und mit seinem verwandten mathematischen Geist die mathematische Struktur der Natur wiedererkennt. Salopp gesprochen findet der Mensch in der Natur die quasi dinglichen Naturgesetze auf. So ist es nicht. Sondern der Mensch produziert diese Gesetze und muß dann als bestallter Richter die Natur nötigen, ihm seine Fragen zu beantworten; vergleiche Kant [34, B XIII]. Wir kommen in Abschnitt 5.3 darauf zurück.

2.2.3 Die Geltung der Naturgesetze

Die Inhalte der Naturwissenschaften, eben die Naturgesetze, gelten mit Notwendigkeit und Allgemeinheit; das Fallgesetz $s = \frac{g}{2}t^2$ zum Beispiel, welches den zurückgelegten Weg in Abhängigkeit der Zeit beschreibt, gilt notwendig und ohne Ausnahme und gilt allgemein für jeden Körper. Die Geltung ist unabhängig davon, ob das Naturgesetz erkannt wird oder nicht. Allerdings gilt ein Naturgesetz nicht für die Natur schlechthin oder für den Gesamtzusammenhang der Natur, sondern für (durch experimentelle Arbeit) isolierte partikulare Naturzusammenhänge: „Nur wenn aus dem universalen Zusammenhang ein partikularer isoliert wird, können aus dem allgemeinen Naturgesetz realisierbare Modelle konstruiert werden, nur unter der Voraussetzung der Isolierung von den universellen Zusammenhang läßt die universale Gesetzmäßigkeit sich bestimmen.“ [13, S. 40]

2.2.4 Die Herrschaft über die Natur

Schon in der Antike nutzte man – wenn auch in Unkenntnis der Naturgesetze – die Naturkräfte im Dienste des Menschen. Durch sinnreiche Mechanismen werden die Naturkräfte so kombiniert, daß damit der Zweck des Menschen, wie zum Beispiel der Dienst der Naturkräfte in der Produktion, realisiert wird. Beispielsweise wird das Rad oder die Mühle zum Antrieb genutzt. „Herrschaft über die Natur“ ist nur möglich, indem die Naturgesetze ausgenutzt werden, eine Veränderung der Naturgesetze ist nicht möglich. Anders ausgedrückt: Die Natur ist nicht durch den Menschen herstellbar, zerstörbar durch den Menschen ist sie sehr wohl. Der Mensch ist zwar Teil der Natur, er kann sich dieser aber (durch seine Intelligenz und der damit entwickelten Werkzeuge) als äußerliche Natur entgegenstellen und sie bearbeiten: „An seinen Werkzeugen besitzt der Mensch die Macht über die äusserliche Natur, wenn er auch nach seinen Zwecken ihr vielmehr unterworfen ist.“ [23, S. 256]

2.3 *Die Mathematik*

2.3.1 Der Gegenstandsbereich der Mathematik

Der Gegenstandsbereich der Mathematik besteht aus Zahlen, Größen, Verhältnissen und Strukturen; „from Antiquity mathematics has focused on the concepts of number, magnitude, order and form.“ [49] Die Zahlen sind nicht identisch mit dem Denken, die Gegenstände der Mathematik unterscheiden sich vom Denken. Damit ist die Mathematik – im Gegensatz zur Philosophie – nicht reflexiv. Zwar sind die Gegenstände der Mathematik ideelle – das müssen sie als Gegenstände einer Wissenschaft sein –, aber sie haben nicht notwendig einen (vermittelten) Bezug zu sinnlich wahrnehmbaren Körpern, wie dies die Gegenstände der Naturwissenschaften haben, siehe Abschnitt 2.2.1. Die Mathematik nimmt eine Zwischenstellung zwischen der Philosophie und den Naturwissenschaften ein. Hinsichtlich des Bezuges zur Natur gilt die Ordnung: Philosophie – Mathematik – Naturwissenschaften.

Eine weitere Unterscheidung in reine und angewandte Mathematik werden wir in Abschnitt 4.3 ausführen.

2.3.2 Der Unterschied von Philosophie und Mathematik

Anknüpfend an die kantschen Bestimmungen zur Mathematik, wie in den Abschnitten 1.6.1 und 1.6.3 ausgeführt, wird in der Transzendentalen Methodenlehre der „Kritik der reinen Vernunft“ der wesentliche Unterschied zwischen Philosophie und Mathematik weitergeführt: „Der wesentliche Unterschied dieser beiden Arten der Vernunfterkenntnis [der philosophischen und der mathematischen, AI] [. . .] beruht nicht auf dem Unterschied ihrer Materie, oder Gegenstände.“ [34, B 742] Daß Philosophie und Mathematik sich wegen ihrer unterschiedlichen Gegenstandsbereiche unterscheiden, das ist ohnehin klar. Scharf kritisiert Kant die Auffassung, daß Philosophie Qualität und Mathematik Quantität zum Objekt haben; das wäre eine Vertauschung von Ursache und Wirkung. [34, B 742] Sondern „die p h i l o s o p h i s c h e Erkenntnis ist die V e r n u n f t e r k e n n t n i s a u s B e g r i f f e n, die mathematische [Erkenntnis ist die Vernunfterkenntnis, AI] aus der K o n s t r u k t i o n der Begriffe.“ [34, B 741] Der Gegenstand des Mathematikers ist ein mathematischer Begriff und ihm ist eigen, daß er konstruiert werden muß, d.h. „die ihm korrespondierende Anschauung a priori darstellen.“ [34, B 741] Siehe Abschnitt 1.6.1. Der Mathematiker „soll [. . .] über Eigenschaften, die in diesem Begriffe nicht liegen, aber doch zu ihm gehören, hinausgehen.“ [34, B 746] Das, was an der Sache, am Gegenstand, notwendig und allgemein gilt, erkennt der Mathematiker durch die Konstruktion. Der Begriff des Dreiecks wird nicht zergliedert, um zu folgern, daß die Winkelsumme 180° beträgt, sondern „der Begriff [. . .] läßt sich konstruieren, d.i. a priori in der Anschauung darlegen.“ [34, B 743] Der Begriff wird in der Anschauung (Einheit von Gegenstand und Erkenntnis), im Denken durch Begriffe, dargestellt oder konstruiert.

Im Unterschied dazu der Vernunftkünstler Philosoph, der „*wohl durch* ihn [den Begriff, AI] synthetisch und a priori urteilen [kann, AI], aber nur diskursiv, nach *Begriffen.*“ [34, B 748] Während der Vernunftkünstler Mathematiker „intuitiv durch die Konstruktion des Begriffes [urteilt, AI].“ [34, B 748]

Mittels des Schematismus vermittelt Kant Anschauung und Begriff in der Kontruktion: „Daß ich meinen Gegenstand nach den Bedingungen [. . .] der reinen Anschauung bestimme. [. . . , Das, AI] ist die mathematische [. . .] Konstruktion, vermittelst deren ich in einer reinen Anschauung [. . .] das Mannigfaltige, was zu dem Schema eines Triangels überhaupt, mithin zu seinem Begriffe gehört, hinzusetze, wodurch allerdings allgemeine synthetische Sätze *konstruiert* werden müssen.“ [34, B 746] Siehe Abschnitt 1.6.4.

Ein weiterer wesentlicher Unterschied zwischen Philosophie und Mathematik ist der folgende: Die Mathematik kann in nahezu völliger Unkenntnis der Philosophie betrieben werden, während ohne die gebietenden und zugrunde liegenden Resultate der reinen Mathematik eine angewandte Mathematik nicht möglich ist.

2.4 *Die Technik*

Der Begriff ‚Technik‘ geht auf griechisch $\tau\varepsilon\chi\nu\eta$ zurück, welches „ein zielgerechtes, sachgemäßes Können, eine Fertigkeit, Geschicklichkeit oder Kunst (ars)“ bezeichnet. [51, Artikel ‚Technik‘] Technik ist menschliche Arbeit, die die Natur einem Zweck gemäß umformt. So werden besondere Gegenstände herstellt; diese heißen dann technische Gegenstände, wie zum Beispiel Werkzeuge oder Maschinen. Nach ist die durch den Handwerker hergestellte Beziehung zwischen Technik und Natur ahnungslos und artistisch ist: Ahnungslos, weil der Handwerker nicht um die Ursachen weiß; artistisch, weil der Handwerker mit seiner Erfahrung die Natur überlistet. List ist, den Hebel auszunutzen, ohne das Hebelgesetz zu kennen Es hat immer wieder Versuche gegeben, diese List über längere Zeit geheim zu halten (wie beispielsweise das Arkanum zur Herstellung von Porzellan) oder durch Patente zu sichern. Ein erster Versuch, das handwerkliche Können und technische Prozesse zu dokumentieren, war das 1747 von d'Alembert und Diderot begonnene Unternehmen einer Enzyklopädie. Das Ziel der Technikwissenschaften ist, die Ahnungslosigkeit weitgehend aufzuheben und das artistische durch ein standardisiertes Verfahren zu ersetzen. Zwischen Naturwissenschaft und Technik – jene die Wissenschaft über die Natur, diese die „Überlistung der Natur" – vermitteln Technikwissenschaften und Technologie.

2.5 *Die Technik– oder Ingenieurwissenschaften*

Die Gegenstände der Technikwissenschaften (oder synonym Ingenieurwissenschaften) sind nicht die technischen Gegenstände. Wie schon zu den Gegenständen der Naturwissenschaften in Abschnitt 2.2 ausgeführt, müssen die Gegenstände der Wissenschaft identische Gegenstände sein, und das sind die partikularen technischen Geräte nicht. Es kommt darauf an, aus den empirisch gegebenen technischen Gegenständen das Reproduzierbare, das Identische herauszuarbeiten, um einzelne empirische Gegenstände oder Prozesse zu konstruieren oder zu bauen.

Im Unterschied zu den Naturwissenschaften, ist der Zweck der Technikwissenschaften ein funktionierendes technisches Gerät oder Prozeß. Ein solchen Zweck gibt es nicht in den Naturwissenschaften. Funktionieren bedeutet für die letzteren, daß die theoretischen Ergebnisse in einem Experiment realisierbar sind. Die Technikwissenschaft geht einen Schritt weiter, es muß nicht nur ein funktionierender Prototyp realisiert werden, sondern zahlreiche technische Geräte und Prozesse müssen funktionieren. Die wissenschaftliche Grundlage eines technischen Gerätes in seiner Notwendigkeit und Allgemeinheit muß soweit durchdrungen sein, daß Methoden, Geräte, Verfahren und Prozesse entwickelt werden, die zur tatsächlichen Bearbeitung der Natur verläßlich sind. Das ist nicht nur Analyse der Wirklichkeit, sondern Eingriff in die Wirklichkeit durch Bau neuer Geräte.

Im Unterschied zum aristotelischen Handwerker, der ahnungslos mit viel Erfahrung zwar die Natur überlistet, aber ohne den allgemeinen Begriff zu besitzen (siehe [3, 981a]), ist für die Technikwissenschaften wesentlich die Kenntnis der Naturgesetze und die der Mathematik. Diese Kenntnis ist notwendig für die Notwendigkeit und Allgemeingültigkeit des Funktionierens der Geräte und Prozesse, und das Funktionieren ist gewährleistet – analog zu der Reproduzierbarkeit des naturwissenschaftlichen Experiments, vergleiche Abschnitt 2.2.3 – nur unter strikter Einhaltung der Randbedingungen der Naturgesetze, identischer Konstruktion und gleichem Bau. Der Technikwissenschaftler gibt ein standardisiertes Verfahren oder Prozeß an.

Damit ist die Erfahrung des Handwerkers und sein artistisches Verhältnis zum Material im hegelschen Sinne aufgehoben: Die Erfahrung ist aufbewahrt, weil die Funktion verstanden wird; das artistische Vorgehen ist vernichtet, weil der Prozeß nicht mehr von Erfahrung abhängig ist, sondern standardisiert ist.

2.6 *Technologie ist keine Wissenschaft*

Der Begriff Technologie ist in vergangenen zweitausend Jahren unterschiedlich belegt worden; siehe den Beitrag ‚Technologie' von Stephan Meier-Oeser in [51, S. 958–962]. Die Bedeutung änderte sich mit der Entwicklung der Produktivkräfte. Seit dem 18. Jahrhundert ist Technologie die Lehre von materiellen Produkten. Christian Wolff (1679-1754) verstand 1728 unter Technologie die „Wissenschaft [genauer wäre ‚Lehre', AI] dessen, was von den Menschen durch das Werk der Organe des Körpers, insbesondere der Hände, hergestellt wird"; im 20. Jahrhundert war Technologie die „Lehre von technischen Verfahren bei der Herstellung von Produkten"; und H. Lenk definierte 1971 sie als „methodisch-rationales Verfahren der Systemsteuerung" und „einer optimalen beziehungsweise optimierenden Organisation zielgerichteter Transformationsprozesse."

Im auf den Internet einsehbaren „Universal-Lexikon"[1] heißt es aktuell unter dem Stichwort „Schlüsseltechnologien": „Industriell verwertbare technische Fähigkeiten und Möglichkeiten, oft auf der Grundlage neuer wissenschaftlicher Erkenntnisse, sowie innovative Produkte und Fertigungsmethoden, [. . .] Als Schlüsseltechnologien eingestufte Technologien sind daher bevorzugter Gegenstand industrieller Forschung und staatliche Förderung."

Die Verwendung des Begriffs Technologie als Wissenschaft war und ist uneinheitlich. In der vorliegenden Arbeit werden Technikwissenschaften und Technologie nicht univok verwendet. Wir legen unsere verwendete Bedeutung des Begriffs fest.

Technologie ist keine Wissenschaft. Als Indiz, keineswegs als Argument, gilt, daß es Technologie als Studienfach nicht gibt. In der Technologie werden die in den Einzelwissenschaften entwickelten Methoden und Erkenntnisse benutzt und kombiniert, um die allgemeinen Voraussetzungen für technische Anwendungen zu liefern. Zu dieser Kombination sind Systematik und Kreativität notwendig, es wird etwas Neues geschaffen, es werden synthetische Urteile gefällt, aber synthetische Urteile allein qualifizieren nicht notwendig zur Wissenschaft. Während bei den Technikwissenschaften das Funktionieren der empirischen Geräte und Prozesse ebenso wichtig ist wie das wissenschaftliche Verständnis für dieses Funktionieren, ist diese Relation bei der Technologie eine andere: das wissenschaftliche Verständnis ist untergeordnet. Zwar ist für jede Technologie eine breite Kenntnis von avancierten Methoden der Mathematik und der Technikwissenschaften notwendig, aber ein Verständnis der Methoden ist nur insoweit gefragt, wie es zur Anwendung nötig ist.

[1] `http://universal_lexikon.deacademic.com/297345/Schl`

Bis einschließlich in der Manufakturperiode ist das Werkzeug das Mittel zur Bearbeitung der Natur im Dienst des Menschen, und dieses Werkzeug wird vom Handwerker ahnungslos bedient. Nach der industriellen Revolution wird das Werkzeug von Maschinen, Prozessen und Computern abgelöst, die ebenfalls Mittel zur Bearbeitung der Natur im Dienst des Menschen sind. Für die Technologie gilt tendenziell: „Durch Arbeitsteilung und Akkumulation, die als Spezialisierung und als immer größerer technischer Aufwand erscheinen, überwiegt der Anteil des Erlernbaren, Methodischen [...] immer mehr die produktive Einbildungskraft.“ [13, S. 14]

3 Die Attribute und die Einteilung der Wissenschaften

In diesem Kapitel wird der Begriff Wissenschaft hinsichtlich Selbstbewußtsein, Reflexivität, Autonomie und Freiheit expliziert. Der Kompromiß zwischen begrenztem Platz für die Darstellung und der Notwendigket, die Begrifflichkeit für das Folgende festzulegen, besteht in einer dichten Darstellung.

3.1 *Das materiale Moment der Wissenschaft/Freiheit*

Die aristotelische Freiheitbegriff (siehe Abschnitt 2.1.3) ist reine Reflexivität. Das Denken des Denkens ist bei sich, es ist eine Selbstbewegung des Gedankens, der immer nur sich selbst – den reinen Gedanken – denkt. Dann ist das Denken oder die aristotelische Freiheit (siehe Abschnitt leer. Wie wird das Denken wirklich? Nach Kant muß es sich beziehen auf ein Material, das selbst nicht reine Reflexivität ist. Die Philosophie muß beantworten können, wie der „aus krummen Holz geschnitzte Mensch“ die Welt erkennt; was ist Freiheit und wie ist sie möglich für die empirischen sinnlichen Menschen? Die Mathematik behandelt Größen und Strukturen, wie kann der Mensch diese objektiv erkennen? Kant erkennt, daß das materiale Moment der Freiheit zu dem der aristotelischen Freiheit hinzukommen muß.

3.2 *Descartes: Das Selbstbewußtsein*

Auf dem Wege zu einem engeren Freiheitsbegriff ist die Bestimmung des Selbstbewußtseins wesentlich. Das hat Descartes (1596-1659) geleistet, indem er das Selbstbewußtsein als logische Form des radikalen Zweifels entdeckt: „ego cogito, ego sum.“ [15, I. 7] Das ego in „ego cogito“ ist das grammatikalische Subjekt; das ego in „ego sum“ ist das grammatikalische Objekt. Urteilendes Subjekt und Objekt des Urteils sind verschieden und sind gleich; Subjekt und Objekt sind verschieden und sind gleich; Bewußtsein und Gegenstand des Bewußtseins sind verschieden und sind gleich. Dieser Unterschied wird gedacht, er fällt ins Denken. Im Unterschied dazu beispielsweise das Sehen: Das Sehen ist nicht zu sehen. Wegen dieser doppelten Funktion des ego ist das Ich reflexiv, Descartes nennt es ‚denkendes Ding‘. Der Terminus ‚denkendes Ding‘ (res cogitans) ist mit Absicht widersprechend gewählt: Das Ich ist sowohl ein Ding als auch ein Denkendes. Descartes Schlußfolgerung ist „cogito ergo sum“. Die oft genannte Übersetzung „ich denke, also bin ich“ ist falsch, aus dem Denken folgt keine Existenz. Beispielsweise läßt die Feststellung ‚ich sehe‘ nicht den Schluß auf die Existenz des Ich zu. Nur wegen der Reflexivität ist der Schluß der Existenz zulässig. Deshalb lautet die korrekte Übersetzung: „Ich denke, daß ich denke, also bin ich.“ Selbstbewußtsein ist nach Descartes die Erkenntnis, daß das Denken in „ego cogito, ego sum“ einen Unterschied des Ich feststellt, dieser Unterschied vom Ich festgestellt wird und im Ich stattfindet. Damit erkennt sich das Denken als Denkendes selbst, und genau das ist Selbstbewußtsein; es ist ein sich auf sich beziehendes Denken. Peter Bulthaup drückt das prägnant aus: „Das Denken kann sich den Unterschied von Denken und Gedachtem und damit mittelbar sich selbst zum Gegenstand machen. So wird es reflexiv.“ [14, S. 185]

Die Konsequenz dieses so konstituierten Ichs ist: Das Selbstbewußtsein ist das Vermögen zu denken. Das Denken setzt sich selbst, es ist insbesondere nicht bedingt durch anderes. Die Wissenschaft wird nicht bestimmt durch ihr heteronome Zwecke. Dieses Selbstbewußtsein ist eine notwendige Bedingung für die Freiheit. Diese Freiheit im weiteren Sinne, die Freiheit des Willens, ist dem Zwang entgegengesetzt. Aber die notwendige Bedingung erklärt nicht, wie der Mensch erkennen kann und wie das materiale Moment realisiert wird. Das Selbstbewußtsein ist noch nicht Freiheit.

3.3 *Die Freiheit der Wissenschaften*

Kant untersucht die Relation ‚Ursache – Wirkung‘, um in der dritten Antinomie der „Kritik der reinen Vernunft“ [34] das Problem der Freiheit zu untersuchen. Er verweist auf die Antinomie der folgenden Thesis und Antithesis. Thesis: „Es ist noch eine Kausalität durch Freiheit [...] anzunehmen notwendig.“ [34, B 472] Gäbe es diese nicht, sondern lediglich eine Kausalität nach Gesetzen der Natur, so wäre jedem Geschehen ein weiteres in der Zeit vorgeordnet und diese unendliche Kette hätte keinen Anfang. Somit kann Kausalität nach Gesetzen der Natur nicht die einzige sein und es gibt eine Kausalität durch Freiheit. Diese Idee der Freiheit kann noch Verschiedenes sein: Spontaneität Gottes, Spontaneität der Einbildungskraft, der freie Wille.

Im Widerspruch dazu lautet die Antithesis: „Es ist keine Freiheit, sondern alles in der Welt geschieht lediglich nach Gesetzen der Natur.“ [34, B 473] Gäbe es eine Freiheit, nach welcher eine Folge von Zuständen begänne, so fänge diese Freiheit selbst schlechthin an. Dies widerspräche aber der Kausalität nach Freiheit, da jede Wirkung eine Ursache haben muß.

Kants Überwindung – eine Auflösung ist nicht möglich – dieser Antinomie ist, daß es je nach Ursache zwei verschiedene Kausalitäten gibt: die „Kausalität durch Freiheit“ ist die intelligible Ursache einer Erscheinung, und die „Kausalität nach Gesetzen der Natur“ verknüpft die Erscheinung mit anderen in der Zeit. Damit entsteht das Problem, daß die intelligible Ursache – im Unterschied zu der nach Gesetzen der Natur – keine Ursache innerhalb der Erscheinungen hat, Ursache und Wirkung sind eminent verschieden. Kant führt weiter aus, daß die intelligible Ursache in „Kausalität durch Freiheit“ nicht Idee sein kann. Nach Kant sind die Ideen von der Vernunft hervorgebrachte regulative Prinzipien dieser selbst, und somit kann eine Idee nicht konstitutiv sein. Die Freiheit als Idee kann aber auch nicht regulativ sein, sonst wäre sie nicht bestimmende Ursache für das Handeln. Eine regulative Idee hat keinen ihr korrespondierenden Gegenstand in der Erfahrung. Ulrich Ruschig schreibt: „Konstitutiv darf Freiheit als Idee nicht sein, regulative Idee kann sie als die bestimmende Ursache für das Handeln nicht sein.“ [47, S. 2] Somit ist sie unbestimmt – so in Kants „Kritik der reinen Vernunft“.

3.4 *Die Autonomie der Wissenschaften = Die Selbstgesetzgebung der Vernunft*

In der „Kritik der praktischen Vernunft“ [33] schließt Kant auf die Existenz eines Freiheitsvermögens, das durch die Idee der Freiheit und durch das moralische Gesetz bestimmt wird. Das Freiheitsvermögen, oder die intelligible Ursache des Handels, ist das „Ding an sich“. Realisiert wird es durch den menschlichen Willen. Dieser ist autonom (insoweit erhält er das artistische Moment) und bezieht sich auf einen Zweck, auf ein Material. Er ist Zweck an sich selbst.

Die Natur produziert nicht das Erkennen ihrer eigenen Gesetze, sondern das eine Selbstbewußtsein denkt ‚der Mensch ist Zweck an sich selbst‘. Und dieser Satz des menschlichen Bewußtseins ist bestimmend für den Willen, es ist damit eine Kausalität, diese Kausalität ist durch Freiheit. Der ‚Zweck an sich selbst zu sein‘ ist mehr als die reine Reflexivität. Mit diesem Zweck ist die Freiheit des Willens auf das ‚Reich der Zwecke‘ bezogen, und Freiheit hat ein materiales Moment.

Die Menschen verfassen (konstituieren) die Naturgesetze, und eben das ist Kausalität durch Freiheit. Die Freiheit der Wissenschaften realisiert sich in ihren jeweiligen Gesetzen. Diese beweisen sich nicht von selbst; daß sie aber bewiesen werden, hat einen Grund, und der ist die intelligible Ursache analog zu Kants „Ding an sich“. Realisiert wird die Freiheit durch die Menschheit, indem diese die Resultate der Wissenschaften einerseits schafft und andererseits mit deren Hilfe vernünftige menschliche Zwecke verwirklicht.

Der Eristische Satz ist eine Aporie, weil es Wissenschaft gibt; siehe Abschnitt 1.5.1. Dieses materiale Argument benutzt ebenso Kant: Es gibt die Naturwissenschaften, und weil die Natur das Erkennen ihrer Gesetze nicht selbst produziert, gibt es die Freiheit der Naturwissenschaften. Ebenso gibt es Mathematik, und damit die Freiheit der Mathematik. Weiter ist im Erkennen von allgemeinen Zusammenhänge in einer Wissenschaft kein partikulärer Nutzen gegeben. Sondern es wird ein allgemeines Gattungswissen produziert, und das ist eine Realisation der menschlichen Freiheit.

3.5 *Die Rangordnung der Wissenschaften bezüglich des aristotelischen Freiheitsbegriffs*

Aristoteles führt eine Rangordnung des Wissens bezüglich der Erkenntnisstufen ein, in der die Wissenschaft am höchsten steht und die sinnliche Wahrnehmung am tiefsten; siehe Abschnitt 1.1. Eine entgegengesetzte Rangordnung ergibt sich, wenn das Kriterium das Handeln, die Tat, ist: Da „Erfahrung Erkenntnis des Einzelnen ist“ [3, 981a15], so treffen „die Erfahrenen [die Handwerker, AI] mehr das Richtige [. . .] als diejenigen [die Wissenschaftler, AI], die ohne Erfahrung nur den (allgemeinen) Begriff besitzen.“ [3, 981a13 ff.]

Diese zwei Rangordnungen lassen sich in analoger Weise auf die Einzelwissenschaften übertragen. Die Einzelwissenschaften lassen sich nach dem aristotelischen Freiheitsbegriff „nicht um eines anderen willen“ zu sein anordnen. Die Philosophie denkt über das Denken nach, sie ist reflexiv; siehe die Abschnitte 2.1.2. Auch wenn der Gegenstandsbereich jeder Naturwissenschaften nicht die Gegenstände der Natur sind (siehe Abschnitt 2.1.2), so sind die Gegenstände grundsätzlich verschieden vom Denken. Die Naturwissenschaften sind nicht reflexiv. Die Mathematik, deren ideelle Gegenstände sich nicht notwendig auf die Natur beziehen und auch nicht auf sich selbst, nimmt eine Mittelstellung zwischen Naturwissenschaften und Philosophie ein. Die Ingenieurwissenschaften haben technische Prozesse zum Gegenstand und benutzen die Ergebnisse der Naturwissenschaften und Mathematik. Insoweit hätten wir die Rangordnung: Philosophie, Mathematik, Naturwissenschaften, Ingenieurwissenschaften.

3.6 *Die Rangordnung der Wissenschaften bezüglich der Praxis*

Die obige Rangordnung dreht sich um, wenn die Rangordnung bezüglich des Handels auf die Einzelwissenschaften angewandt wird. Aristoteles schreibt zum Unterschied von Erfahrung und Wissenschaft: „Zum Zweck des Handels steht die Erfahrung der Kunst nicht nach, vielmehr sehen wir, daß die Erfahrenen mehr das Richtige treffen als diejenigen, die ohne Erfahrung nur den (allgemeinen) Begriff besitzen.“ [3, 981a13 ff.] Der Wissenschaftler handelt in praktischen Dingen weniger effektiv als der Handwerker.

Aristoteles’ Erkenntnisstufen hinsichtlich des erkenntnistheoretischen Fortschritts werden in ihrer Reihenfolge umgekehrt, wenn das Kriteriums der Praxis angewendet wird. Das läßt sich analog auf die Einzelwissenschaften übertragen. Anhand der Gegenstandsbereiche der Einzelwissenschaften kann verglichen werden, inwieweit die jeweilige Wissenschaft zur Bearbeitung der Naturgegenstände taugt. Die Philosophie taugt unter diesem Aspekt gar nicht. Die Mathematik ist zwar notwendig für den praktischen Eingriff in die Natur, aber sie allein taugt dazu nicht. Die Technikwissenschaften zielen auf die Bearbeitung der Natur: „Handlungen und Entstehungen gehen auf das Einzelne.“ [3, 981a17] Wobei allerdings die Naturwissenschaften den Technikwissenschaften zugrunde liegen. Damit ergibt sich die umgekehrte Rangordnung wie in Abschnitt 3.5: Ingenieurwissenschaften, Naturwissenschaften, Mathematik, Philosophie.

3.7 *Theoretische und praktische Wissenschaften*

Kant führt in seiner Vorrede zur „Kritik der reinen Vernunft“ [34, B IX–X] die Unterscheidung von Wissenschaften in theoretische und praktische Erkenntnisse der Vernunft aus, wobei Erkenntnis eine solche a priori ist. Wissenschaft beinhaltet notwendig eine Erkenntnis, die unabhängig von aller Erfahrung, i.e. a priori, ist. Die „Erkenntnis kann auf zweierlei Art auf ihren Gegenstand bezogen werden“: Die *theoretische Erkenntnis der Vernunft* bestimmt bloß den Gegenstand und seinen Begriff; die *praktische Erkenntnis der Vernunft* macht den Gegenstand wirklich. Letzteres zielt auf das Handeln ab, die „Kritik der praktischen Vernunft“ behandelt die Ethik und das ethische Handeln. Kant betont, daß der Begriff, der in der theoretischen Erkenntnis bestimmt werden soll, „anderweitig gegeben werden muß“. Für die Mathematik sind die Begriffe durch den Gegenstandsbereich gegeben, für die Philosophie bedeutet dieser Hinweis, daß die Begriffe nicht aus sich selbst geschaffen werden. Mit dieser Unterscheidung kann man jetzt von theoretischer und praktischer Wissenschaft sprechen. Als Beispiele für theoretische Wissenschaften führt Kant auf: „M a t h e m a t i k und P h y s i k sind die beiden theoretischen Erkenntnisse der Vernunft, welche ihre O b j e k t e a priori bestimmen sollen.“ [34, B IX] Sowohl die Mathematik als auch die Physik machen keine Gegenstände, sondern sie treffen Aussagen a priori über ihre Gegenstände.

3.8 *Reine und nicht-reine Wissenschaften*

Kant führt die Zergliederung in theoretische und praktische Wissenschaften weiter: Sowohl die theoretischen als auch die praktischen Wissenschaften haben einen reinen und einen nicht-reinen Teil. „Der *reine* Teil [ist] derjenige, darin Vernunft gänzlich a priori ihr Objekt bestimmt.“ [34, B X] Der *nicht-reine* Teil enthält neben reinen Teilen „dasjenige, was aus anderen Quellen kommt“ und damit vermengt ist. „Die Mathematik [ist] ganz rein“, die Physik „wenigstens zum Teil rein, dann aber auch nach Maßgabe anderer Erkenntnisquellen als der der Vernunft.“ [34, B X] Wenn auch der Gegenstandsbereich der Physik nicht die Gegenstände der Natur ist (siehe Abschnitt 2.2), so ist dieser Gegenstandsbereich doch vermittelt mit den Gegenständen der Natur. Das ist eine andere Quelle, und deshalb ist die Physik nicht rein. Kant kann sich eine angewandte Mathematik nicht vorstellen, eine solche gab es gegen Ende des 18. Jahrhunderts nicht.

Eine andere Unterteilung in theoretische und praktische Wissenschaften werden wir in Abschnitt 4.3 ausführen.

4 Die Mathematik

4.1 *Der Standort der Mathematik innerhalb der Wissenschaften*

In den Abschnitten 2.3.1 und 2.5 wurde hinsichtlich des Bezuges zur Natur die Ordnung Philosophie – Mathematik – Naturwissenschaften – Ingenieurwissenschaften entwickelt.

4.2 *Anfang und Fortschritt in der Mathematik*

In diesem Abschnitt geben wir zahlreiche Beispiele für die allgemeinen Ausführungen zur Aporie des Eristischen Satzes, zum Problem des Anfangs und zur Bewegung des Begriffs wie in den Abschnitten 1.5 und 1.6.4 allgemein ausgeführt. Der Anfang in der Mathematik ist ein anderer als der in der Philosophie: Zu dem Anfang der Philosophie gehört eine erkenntnistheoretische Entwicklung des Anfangs, ihre Gegenstände müssen begründet werden. Die Disziplinen der Einzelwissenschaft Mathematik setzen einen Gegenstandsbereich voraus; es wird gezeigt, was diese Gegenstände sind, aber deren Existenz wird nicht begründet. Eine Ausnahme macht eventuell die Logik, aber dieser Bereich der Logik ist eher der Philosophie zuzurechnen.

Wir werden zeigen, wie in der Mathematik die Bewegung des Begriffs in Form einer spiralförmigen Kreisbewegung (siehe Abschnitt 1.5) in verschiedenen Entwicklungsstufen der Mathematik stattfindet.

4.2.1 Mathematische Definitionen

Ein grundlegender mathematischer Begriff (wie beispielsweise die Stetigkeit in der Analysis) ist allein durch seine Definition keineswegs zu verstehen. Zwar ist die Definition nicht widersprüchlich, aber unverständlich. Erst beispielhafte Ausführungen, die zeigen, was aus der Definition entwickelt werden kann (wie beispielsweise der Zwischenwertsatz), führen zu einem Verständnis des Grundes der Definition. das logisch Erste wird verstanden durch das erkenntnistheoretisch Spätere.

Die historische Entwicklung des Begriffs der Stetigkeit zeigt, daß lange Zeit mit dem Material (stetige Funktionen) gearbeitet wurde, um später erkenntnistheoretisch zu entwickeln, was diesem Material logisch früher zugrunde lag.

Ein weiteres prominentes Beispiel ist der Dedekindsche Schnitt: Die reellen Zahlen sind die Grundlage für den Großteil der Mathematik. Diese Grundlage wurde Jahrhunderte lang hingenommen, bis 1872 durch den Dedekindschen Schnitt die reellen Zahlen definiert werden konnten. Der Umgang mit dem mathematischen Material ist die Voraussetzung, um dessen Voraussetzung zu entwickeln. Das Material ist der Grund, um dessen Grundlage zu entwickeln. Und dieser kreisende Prozeß ist ohne Ende. Die reellen Zahlen werden nicht anders aber tiefer verstanden, wenn man sie als Teilmenge der Nichtstandard-Zahlen versteht.

4.2.2 Eine Promotion

Die mathematische Promotion ist ein weiteres klassisches Beispiel für die Aporie des Anfangs wie in Abschnitt 1.5.3 allgemein ausgeführt. Das zu erarbeitende Resultat kennt man nicht, sonst wäre es keine Promotion wert; man kennt bestimmte mathematische Resultate und Methoden, aber man weiß nicht, wozu diese führen können. Diese Aporie zwischen Unwissen und Wissen wird praktisch dadurch überwunden, daß ein „erfahrener“ Doktorvater ein „machbares Thema“ vorschlägt und der Doktorand zwischen den Polen bekannte Resultate und nicht bekanntes Ziel vermitteln muß. Je enger das Thema gefaßt ist, je besser man Methoden angeben kann, desto eher ist das Projekt eine Diplomarbeit als eine Dissertation. Das Thema kann nicht Nichts sein, d.h. man muß ein Ziel angeben können, aber eben nur ungenau. Die Aufgabe des Doktoranden ist, eine neue Theorie oder ein neues Resultat zu erarbeiten. Das heißt dann bei Hegel: „Der Begriff [des begreifenden Denkens; AI] erzeugt sich in ihrem [der Wissenschaft; AI] Verlaufe.“ [25, S. 27, Z. 14-28] Die Theorie schafft erst ihre eigene Grundlage und hängt zugleich ab von dieser Grundlage. Ist dieser Prozeß abgeschlossen – wenn man davon überhaupt sprechen kann –, so heißt es bei Berthold Brecht: „Das Chaos ist aufgebraucht, es war die beste Zeit.“ [11, S. 89]

4.2.3 Das Unendlichkleine

Zur Zeit Hegels bezweifelten die Mathematiker die Gültigkeit der Differentialrechnung. Das Problem oder die Aporie sei anhand der differenzierbaren Funktion $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto x^2$, illustriert. Es gilt

$$\frac{\varphi(x + \mathrm{d}x) - \varphi(x)}{\mathrm{d}x} = 2x + \mathrm{d}x \qquad \forall\, \mathrm{d}x \in \mathbb{R}\backslash\{0\} \quad \forall\, x \in \mathbb{R}.$$

Mit diesem Ausdruck ist die Steigung der Sekante durch $\varphi(x + \mathrm{d}x)$ und $\varphi(x)$ an der Stelle x beschrieben. Das ist eine endliche Größe. Die Beziehung wird aporetisch, wenn $\mathrm{d}x = 0$ gesetzt wird: Dann steht auf der linken Seite der unsinnige Ausdruck $\frac{0}{0}$; auf der rechten Seite steht $2x$, das ist die Steigung der Tangente an $\varphi(x)$. Zu dieser Fragestellung entwickelte sich im 18. und 19. Jahrhundert ein Streit unter den Mathematikern, zu dem Hegel sagte: Es ist „vornehmlich aber die Unvermögenheit [der Mathematiker, AI], den Gegenstand [der unendlich-kleinen Größen, AI] als [dialektischen, AI] Begriff zu rechtfertigen, Schuld an den Anfechtungen [der Mathematik, AI].“ [25, S. 251]
Für Hegel ist die Differentialrechnung ein ausgezeichnetes Beispiel, um zu zeigen, daß ein solcher Begriff nur als Einheit von Momenten gefaßt werden kann; die Momente $\mathrm{d}x \neq 0$ und $\mathrm{d}x = 0$ als isolierte widersprechen sich und führen nicht weiter. Erst in der Einheit bestehen sie „als verschwindende Größe d.h. solche, die nicht mehr irgend ein Quantum, aber auch nicht nichts, sondern noch eine Bestimmtheit gegen andere s sind.“ [25, S. 252] Hegel konnte erklären, warum das Unendlichkleine $\mathrm{d}x$ kleiner als jede gegebene Größe ist und gleichzeitig nicht Null ist; es ist keine Größe aber auch nicht Nichts. Damit griff er der Begründung der Nichtstandardanalysis, wie sie erst in der Mitte des 20. Jahrhunderts eingeführt wurde, vorweg; ausführlicher dazu siehe [31]. Hegel rezipierte auch die Differentialrechnung Newtons im Detail, ausführlicher dazu siehe [8].

4.2.4 Der Anfang des Mathematikstudiums

Wie soll ein Student der Mathematik beurteilen, womit er sein Studium beginnen soll? Wegen seiner Unkenntnis der Mathematik kann er gar nicht sagen, womit anzufangen sei. Also muß er dem Wissenschaftsbetrieb sich anvertrauen, dem Angebot folgen; gerade mit dieser Haltung ist er aber unwissenschaftlich; Wissenschaft heißt, sich seines eigenen Verstandes zu bedienen und nicht der Bevormundung eines anderen zu folgen.

Damit steckt der Student zu Anfang des Studiums in einer Aporie, die sich bei vielen Studenten in einer Orientierungslosigkeit ausdrückt. Praktisch wird die Aporie mit „Augen zu und durch“ überwunden, man lernt den Stoff, um erst viel später innermathematisch zu verstehen, warum der Stoff des Anfangs auch tatsächlich den Anfang ausmacht. Erst der „zweite Durchgang“ beispielsweise in Form der Betreuung von Übungsgruppen führt dazu, daß der Anfang, nun in Kenntnis des darauf aufbauenden Stoffes, als solcher durchdrungen wird.

4.3 *Reine und angewandte Mathematik*

Was ist reine Mathematik und was ist angewandte Mathematik? Die Wortspiele rein/unrein und angewandt/abgewandt führen nicht weiter. Wir versuchen diese Unterscheidung im Sinne Kants zu beantworten. Kant hat die Wissenschaften in theoretische und praktische unterteilt (siehe Abschnitt 3.7), und diese jeweils weiter unterteilt in reine und nicht-reine (siehe Abschnitt 3.8). Eine weitergehende Einordnung der Disziplinen einer Wissenschaft gab es zu seiner Zeit nicht; die Mathematik nannte er „ganz rein“ [34, B X]. Das Kriterium der reinen Wissenschaft kann man analog auf eine Disziplin einer Wissenschaft anwenden. Wir führen das am Beispiel der Mathematik frei nach Kant in Analogie zu [34, B X] aus:

Die *reine Mathematik* ist diejenige, darin Vernunft gänzlich a priori ihre Objekte bestimmt; diese Objekte sind Gegenstände der Mathematik, die keinen Bezug zu empirischen Gegenständen der Natur haben. Die *angewandte Mathematik* ist diejenige, darin Vernunft a priori ihre Objekte bestimmt; diese Objekte kommen teilweise aus anderen nicht-mathematischen Quellen oder haben einen Bezug zu empirischen Gegenständen der Natur.

Beispielsweise gehört die Bestimmung des Volumens einer Kugel und deren Eigenschaften zur angewandten Mathematik, ihr Objekt ist keine sinnlich wahrnehmbarer Gegenstand, denn dieser kann als einzelner nicht Gegenstand einer Wissenschaft sein, aber ihr Objekt bezieht sich auf einen sinnlich wahrnehmbaren Gegenstand. Die Bestimmung der Primzahlen und deren Eigenschaften gehört zur reinen Mathematik.

Angewandte Mathematik heißt deshalb nicht, daß jedes ihrer Probleme eine direkte praktische Anwendung haben muß, sondern lediglich, daß ihre Gegenstände einen vermittelten Bezug haben. Die Palette der Anwendungen reicht von Problemen der theoretischen Physik, den anderen Naturwissenschaften, über Probleme der Naturwissenschaften bis hin zu Problemen der Technikwissenschaften.

Kant hatte bei seiner Unterscheidung von reiner und nicht-reiner Wissenschaft noch nicht gesehen, daß diese Unterscheidung zeitabhängig ist. Die Unterscheidung in reine und angewandte Mathematik ist zeitabhängig. Betrachte beispielsweise die Zahlentheorie, eine Disziplin der Mathematik, von der Godefroy H. Hardy überzeugt war, „daß sie direkt weder zur Ausbeutung noch zur Vernichtung von Menschen verwendet werden kann“; zitiert nach [50, S. 224]. Die Disziplin Zahlentheorie gehörte zum Zeitpunkt ihrer Entstehung zur reinen Mathematik; mit nicht-mathematischen Anwendungen stand sie in keinerlei Zusammenhang. Wenige Jahre später waren Hardys Resultate fundamental für die Kodierungstheorie, welche von Bedeutung im zweiten Weltkrieg war und in jedem weiteren Krieg sein wird. Die Unterscheidung von angewandter und reiner Mathematik unterliegt der zeitlichen Veränderung. Ein Gebiet der reinen Mathematik kann zur angewandten Mathematik werden, wenn sich Anwendungen herausstellen.

4.4 *Weder ein Primat der reinen noch der angewandten Mathematik*

Zum Verständnis des Verhältnisses von reiner und angewandter Mathematik betrachten wir Kant, der gleich zu Beginn seiner Einleitung der „Kritik der reinen Vernunft“ das Verhältnis von reiner und empirischer Erkenntnis charakterisiert: „Daß alle unsere Erkenntnis mit der Erfahrung [i.e. die Verarbeitung des rohen Stoffes sinnlicher Eindrücke zu einer Erkenntnis der Gegenstände, AI] anfange, daran ist gar kein Zweifel; [. . . aber . . .] so entspringt sie darum doch nicht eben alle a u s der Erfahrung.“ [34, B 1] In Analogie kann man für die Mathematik formulieren: Daß alle unsere Mathematik mit der praktischen Anwendung anfange, daran ist gar kein Zweifel; aber so entspringt sie darum doch nicht eben alle aus der Erfahrung.

Die angewandte Mathematik beruht auf den Resultaten der reinen Mathematik. Erst eine hinreichende Verallgemeinerung und strukturelle Durchdringung der Probleme der angewandten Mathematik durch die reine Mathematik schafft die Basis für Lösungen.
Umgekehrt ist es zwar denkbar, daß die reine Mathematik ohne jegliche Anwendung entsteht und betrieben wird, sie würde aber tendenziell verkümmern. Historisch hat sich immer wieder gezeigt, daß entscheidende Impulse für rein mathematische Probleme aus den Anwendungen kamen.
Ein Primat der reinen oder der angewandten Mathematik gibt es nicht.

Eine Steuerung der reinen oder der angewandte Mathematik von Seiten des Staates ist in dem engen Sinne, daß Ergebnisse vorgegeben werden, nicht möglich. Die reine als auch die angewandte Mathematik sind autonome Wissenschaften; siehe Abschnitt 3.4. Es gibt kein methodisch geregeltes Verfahren, um das Synthetische einer Beweisidee zu erzwingen. Es ist weder vorhersehbar, welche und wieviel reine Mathematik für die angewandte Mathematik nützlich ist, noch welche angewandte Mathematik die weiterführenden Impulse für die reine Mathematik liefert. Allerdings kann man gezielt Schwerpunkte innerhalb der reinen oder angewandten Mathematik durch Streichung oder Ausschreibung von Universitätslehrstühlen, oder durch Drittmittel, fördern. Damit gibt man nicht bestimmte Resultate vor, sondern beeinflußt Disziplinen insgesamt.

4.5 *Mathematische Anwendungen*

Was sind mathematische Anwendungen? Allgemeiner ausgedrückt handelt es sich um die Inbetriebnahme von Resultaten der angewandten Wissenschaften. Die mathematische Anwendung ist keine angewandte Mathematik, denn Mathematik steht adjektivisch im Terminus. Eine mathematische Anwendung ist eine Anwendung von Mathematik, und diese Anwendung von Resultaten der Mathematik untersteht einem Zweck. Beispielsweise kann der Zweck bei Anwendungen von Resultaten der Zahlentheorie die Bestimmung des Osterfestes sein oder auch die Verschlüsselung von Nachrichten im 2. Weltkrieg. Es gilt dann zu bestimmen, ob eine solche Anwendung moralisch ge- oder verboten ist. Dies wird im Abschnitt 5.9 „Die moralische Pflicht“ weiter ausgeführt.
Die wissenschaftliche Arbeit zum Beweis eines Theorems ist im Theorem erloschen. Deshalb sind Wissenschaft (wissenschaftliche Arbeit) und Resultate der Wissenschaften nicht in eins zu setzen.

5 Die Entstehung der angewandten Mathematik (1543–1780)

Wir beschreiben, und werden im weiteren Bezug darauf nehmen, die Entstehung der angewandten Mathematik im christlichen Europa.

5.1 *Die Wissenschaft im Mittelalter*

Mit der Entstehung der Mathematik gab es auch angewandte Mathematik. Allerdings entstand die Mathematik in der Antike nicht aufgrund praktischer Probleme, sondern umgekehrt war die Muße der Priester notwendige und nicht hinreichende Voraussetzung für die Entstehung der Mathematik; siehe Abschnitt 1.2. Bis zum Ausgang des Mittelalters blieben die mathematischen Anwendungen beschränkt auf elementare Rechnungen der Händler, Buchführung, ein wenig Navigation und auf die Erstellung des Kalenders, insbesondere der Bestimmung des Datums des Osterfestes; siehe [50, Kapitel 5]. Die Kulturzentren waren zu Beginn des Mittelalters ausschließlich Klöster. Die aufstrebenden Städte waren mit neuen Schichten verbunden; Juristen, Ärzten und Lehrern wollten besser ausgebildet sein. Auch Tuch- und Warenhändler und Notare hatten Ansprüche, welche von den Klosterschulen nicht befriedigt werden konnten. Die Kathedralschulen blühten, es wurden die ersten Universitäten gegründet: 1119 Bologna, 1160 Paris, 1167 Oxford, 1209 Cambridge, 1222 Padua, 1224 Neapel, 1227 Salamanca. „Die Rationalisierung der Verwaltungen, das Vordringen der Rechenhaftigkeit, die Organisation des Handels, die Entwicklung des Geldwesens, die Erfahrung in der Selbstverwaltung kommunaler Körperschaften und die selbständige Regelung von Rechtskonflikten“ [21, S. 207], das waren die Aufgaben, die von den Absolventen der Universitäten erwartet wurden. Trotzdem blieb das vornehmliche Ziel der Ausbildung das der Geistlichkeit; das Studium der Heiligen Schrift war eine notwendige Voraussetzung für die profanen Wissenschaften. Es gab von Seiten des Staates oder der Feudalherren kein systematisches Interesse an Wissenschaften geschweige denn an der Mathematik.

5.2 *Technische Erfindungen im Spätmittelalter*

Im Spätmittelalter entwickelten Feudalherren und Staaten ein Interesse an der Wissenschaft, weil sie sich davon „brauchbare“ technische Erfindungen versprachen. Als prominentes Beispiel sei die Schiffahrt genannt; zum Beispiel waren Verbesserungen des Kompasses von Interesse für die Kriegs- und Handelsflotten. Um die Zuverlässigkeit und Effizienz der Eroberungsfahrten Vasco da Gamas (1469–1524) zu verstärken, durfte Heinrich der Seefahrer (1394–1460) eine Seefahrerschule an der Algarve errichten. Diese Schule trug bekannte Resultate der Nautik, Astronomie, Mathematik und des Schiffbaus zusammen; sie schuf keine eigenen Resultate. Es ist typisch, daß der Staat in die Errichtung von Schulen Hoffnungen zur Verbesserung seiner Kriegs- und Handelsflotte setzte, die auch erfüllt wurden, aber eben durch Akkumulation schon vorhandenen Wissens und nicht durch die Entwicklung wissenschaftlicher Resultate mit direkter Anwendung.

5.3 *Die kopernikanische Wende: das mechanistische Weltbild 1543–1687*

In der Periode der Mechanisierung des Weltbildes, beginnend mit Kopernikus' „De Revolutionibus Orbium Coelestium“ (1543) und endend mit Newtons „Philosophiae Naturalis Principia Mathematica“ (1687), wurden klassische Naturwissenschaften wie Astronomie, Mechanik, Optik und Pneumatik entwickelt: Galilei formulierte das Fallgesetz, Kepler die Gesetze der Planetenbahnen, Newton begründete die Mechanik.

Was ist neu an der Mechanisierung des Weltbildes? Technische Erfindungen im Spätmittelalter wurden im Sinne des aristotelischen Weltbilds eher als Überlistung der Natur denn als deren Ausnutzung verstanden. Die Kritik und Überwindung dieses Weltbildes wurde durch die „kopernikanische Wende“ eingeleitet: Statt die Erscheinungen (zum Beispiel die Drehung der Sonne um die Erde) für das Wahre zu nehmen, konstruierte man einen den Erscheinungen zugrundeliegenden Prozeß, der die Wahrnehmungen erzeugen sollte, der aber selbst nicht wahrnehmbar war. Grundlage für dieses sogenannte mechanistische Weltbild war das Selbstbewußtsein, wie von Descartes erkannt; siehe Abschnitt 3.2. Falsch war das Weltbild, weil es nur das Kausalitätsprinzip, die Gesetze von Ursache und Wirkung, zuließ, Kausalität durch Freiheit (siehe Abschnitt 3.3) aber ignorierte. Trotzdem führte das falsche Weltbild einer mechanisch funktionierenden Natur mit richtiger Kritik der aristotelischen Naturvorstellung zu den ersten Naturgesetzen.

5.4 *Die angewandte Mathematik als Konstituens des mechanistischen Weltbildes*

Eduard J. Dijksterhuis faßt das Neue des mechanistischen Weltbildes prägnant zusammen: „Die Mechanisierung, die das Weltbild beim Übergange von antiker zu klassischer Naturwissenschaft erfahren hat, besteht in der Einführung einer Naturbeschreibung mittels mathematischer Begriffe der klassischen Mechanik.“ [17, S. 557] Auch wenn es Anwendungen der Mathematik gab, seit es Mathematik gab, so fällt die Geburt der angewandten Mathematik erst in die Periode des mechanistischen Weltbildes. Erst dann wurden naturwissenschaftliche Fragestellungen mathematisch formuliert; dies ist eine notwendige Voraussetzung, um naturwissenschaftliche Resultate, Naturgesetze, zu finden. Gerade dies ist typisch für die angewandte Mathematik, und die Naturwissenschaften sind notwendig auf die Mathematik verwiesen.

Allerdings verblieb die angewandte Mathematik beschränkt auf naturwissenschaftliche Anwendungen. Probleme der mathematische Anwendungen, wie beispielsweise das Problem der Zeitmessung zur Bestimmung des Längengrades, wurden nicht-mathematisch gelöst; es wurde nicht die angewandte Mathematik weiterentwickelt, um bei technischen Probleme eingesetzt zu werden.

5.5 *Die reine Mathematik*

Zeitverschoben zu der Periode des mechanistischen Weltbildes (1543–1687) gab es von 1620 bis 1740 die sogenannte „Mathematik der Rationalisierung“ [52, S. 149], in der die reine Mathematik wesentliche Fortschritte verzeichnete: Descartes’ analytische Geometrie, Fermats Zahlentheorie und die Infinitesimalrechnung Newtons und Leibniz’, um nur einige zu nennen. Daß die neu entstandene angewandte Mathematik der Grund für die Fortschritte in der reinen Mathematik war, ist nicht mit Grund anzunehmen. Daß es aber eine fruchtbare Wechselbeziehung zwischen reiner und angewandter Mathematik gab, das steht außer Zweifel. Ebenso war die Befreiung vom aristotelischen Denken förderlich für die Mathematik, und nicht zuletzt profitierte auch die reine Mathematik von der Finanzierung der Universitäten und Akademien, die der Staat allerdings förderte in Erwartung ihm nützlicher technischer Erfindungen.

5.6 *Die Nützlichkeit der angewandten Mathematik*

Die Probleme der Naturwissenschaften und der Mathematik im 16. und 17. Jahrhundert waren zwar durch technische und insbesondere militärische Anwendungen motiviert (z. B. Pumpen im Bergbau, Pendeluhren, Ballistik), aber die Ergebnisse der angewandten Mathematik der Zeit taugten in ihrer Allgemeinheit nicht zur Lösung technischer Probleme. Die Navigation, insbesondere die Bestimmung des Längengrades, blieb ein zentrales Problem über die Jahrhunderte; siehe die spannende und detaillierte Darstellung von Jonathan Betts [7]: Nachdem am 22. Oktober 1707 die englische Flotte die französische vernichtet hatte, strandete sie selbst vor der englischen Küste, weil man den Längengrad nicht hat bestimmen können, und nahezu 2000 Seeleute ertranken. In England und anderen europäischen Ländern wurden immer wieder Preise zur Lösung des Problems Bestimmung des Längengrades ausgeschrieben. So wurden z. B. 20.000 englische Pfund (heutiger Wert etwa 3,5 Millionen Euro) vom britischen Parlament 1714 ausgeschrieben. Mit Christiaan Huygens’ Beitrag „De Horologium Oscillatorium“ war das Problem der exakten Uhr zwar schon 1673 gelöst, aber die Theorie konnte nicht praktisch umgesetzt werden. Das gelang erst 1775 dem Uhrmacher John Harrison, der ein äußerst präzises Chronometer baute, allerdings ohne die wissenschaftlichen Ergebnisse der Zeit zu nutzen.

Dies ist ein exemplarisches Beispiel für die Unfähigkeit, die zur Verfügung stehenden wissenschaftlichen Theorien für praktische Zwecke anzuwenden.

Die Diskrepanz zwischen dem vorhandenen theoretischen Wissen und den praktischen Anwendungen dieser Resultate hatte einen systematischen Grund: „Voraussetzung der Reproduzierbarkeit [des naturwissenschaftlichen Experiments, AI] ist auf der Seite der Theorie das universal geltende, identische Naturgesetz, restringiert durch identische Randbedingungen, und auf der Seite des praktischen Eingriffs in den Naturzusammenhang die identische Versuchsanordnung.“ [13, S. 41] ‚Identische Versuchsanordnung‘ erforderte sowohl technischen und als auch finanziellen Aufwand; jener war wegen der mangelnden Technik nicht ohne weiteres herzustellen, dieser wurde vom Staat nicht beglichen.

5.7 *Forschung und Lehre*

Weil die scholastischen Universitäten starr dem Studium der Heiligen Schrift und der Auslegung Aristoteles’ verschrieben waren, standen sie der neuen Experimentalphilosophie (i.e. der damalige Name für die aufkommenden Naturwissenschaften) hemmend entgegen. [50, S. 113] Zwar „mieteten“ die Despoten der Aufklärung, wie zum Beispiel Katharina die Große, sich Wissenschaftler, um den eigenen Ruhm zu vergrößern, aber Akademien und Observatorien wurden gegründet und finanziert in Erwartung von mehr Anwendungsbezug und damit verbundenen und verwertbaren wissenschaftlichen Resultaten: 1560 Academia Secretorum Naturae in Neapel, 1603 Adademia dei Lincei in Rom, 1652 Academia Naturae Curiosum in Schweinfurt (die spätere Leopoldina in Halle), 1662 Royal Society in London, 1666 Académie des Sciences in Paris, 1700 Brandenburger Sozietät der Wissenschaften (die spätere Preußische Akademie der Wissenschaften), 1724 Petersburger Akademie der Wissenschaften); und die Sternwarten 1460 Regio montanus in Nürnberg, 1580 Uranienburg in Dänemark, 1672 Observatoire Royal in Paris, 1675 Royal Observatory in Greenwich, 1790 Sternwarte auf dem Seeberg bei Gotha.

Auch die Form der wissenschaftlichen Kommunikation änderte sich, zu Büchern und Korrespondenzen kamen wissenschaftliche Artikel hinzu; die Royal Society gab die „Philosophical Transactions“ heraus. So schrieb Richard Hooke in seinem Entwurf für die Statuten der Royal Society 1663: „Gegenstand und Ziel der Royal Society ist es, die Kenntnisse von natürlichen Dingen, von allen nützlichen Künsten, Produktionsweisen, mechanischen Praktiken, Maschinen und Erfindungen durch Experimente zu verbessern – ohne sich in Theologie, Metaphysik, Moral, Politik, Grammatik, Rhetorik oder Logik einzumischen“; zitiert nach [9, S. 55/6]. Mit dieser Erwartung, die teilweise von den Wissenschaftlern geteilt wurde, auf jeden Fall aber der wesentliche Grund des Staates für die Finanzierung der Wissenschaften war, blieb die Gattung der Wissenschaftler erhalten. Allerdings verfügte ab dann der Staat über die Forschungsorganisation, denn der Staat trug die Kosten. Die Lehre der Mathematik und Naturwissenschaften an den Universitäten und Akademien hatte – im Gegensatz zu heute – eine einzige Funktion: die Wissenschaftler für die Wissenschaft auszubilden.

5.8 *Die Abtrennung der Philosophie und die Entstehung der Einzelwissenschaften*

Descartes’ mathematisches Denken war durch Metaphysik und Theologie geprägt. Der Mathematiker der Neuzeit war ein Gelehrter, für den die Trennung zwischen Experimentalphilosophie, Mathematik und Philosophie nicht existierte, geschweige denn, daß es eine Trennung in reine und angewandte Mathematik gab. Im 17. und der ersten Hälfte des 18. Jahrhunderts kam es zur Abtrennung der Philosophie und Herausbildung der Einzelwissenschaften. Das obige Zitat von Robert Hooke belegt, daß diese Trennung bewußt vollzogen wurde, und ebenso schließt d’Alemberts mathematische Physik bewußt metaphysische Aspekte aus. Ein Grund für die Entstehung der Einzelwissenschaften lag sicherlich in der Akkumulation von Resultaten, die ein einzelner Wissenschaftler immer weniger überblicken konnte. Der Grund für die Abgrenzung von der Philosophie war das aristotelische Weltbild, welches durch Philosophie und Theologie den aufkommenden Experimentalwissenschaften hemmend entgegenstand. Die Inquisition nahm Gallileo Galilei in seinen letzten zehn Lebensjahren in Gewahrsam. Langfristig aber mußten die Resultate der Experimentalphilosophie anerkannt werden, und das Ansehen der Philosophie verschlechterte sich. So schrieb Immanuel Kant 1781: „Es war eine Zeit, in welcher sie [die Metaphysik, AI] die *Königin* aller Wissenschaften genannt wurde, [. . .] jetzt bringt es der Modeton des Zeitalters so mit sich, ihr alle Verachtung zu beweisen.“ [34, A VIII] Kants Absicht war die Herstellung der Metaphysik als Wissenschaft: „Die Bearbeitung der Erkenntnisse, die zum Vernunftgeschäfte gehören, [soll, AI] den sicheren Gang einer Wissenschaft gehe[n].“ [34, B VII] Die Trennung war ein für alle mal vollzogen. Die Mathematik hatte dabei Vorbildcharakter: „Die Mathematik gibt das glänzendste [Superlativ, AI] Beispiel, einer sich, ohne Beihilfe der Erfahrung, von selbst glücklich erweiternden reinen Vernunft.“ [34, B 740] Kant will die Notwendigkeit von Philosophie aufzeigen und zugleich den Einzelwissenschaften das Feld ihrer Untersuchungen lassen.

5.9 *Die moralische Pflicht*

Zu Beginn der Neuzeit war das Selbstverständnis der Wissenschaftler explizit politisch. Francis Bacon als ein typischer Vertreter schreibt 1620: „Erwerbe sich nur das menschliche Geschlecht die Herrschaft über die Natur [durch die Wissenschaften, AI], wozu es von Gott bestimmt ist; bewältige es nur erst die Masse: für die rechte Anwendung wird die gesunde Vernunft und die Religion sorgen." [5, Aphorismus 129] Dieser allgemeine Anspruch, nämlich durch die wissenschaftliche Erkenntnis der Natur die Lebensbedingungen der Menschen, und zwar aller, zu verbessern, erstreckt sich auf jede wissenschaftliche Untersuchung, denn der Möglichkeit nach taugt jedes wissenschaftliche Resultat für die Anwendung.

Dieser Anspruch ist mehr als eine Möglichkeit, die Anwendung aus der Wissenschaft heraus ist geboten: Wissenschaft ist vernünftig und frei; siehe Abschnitt 3.3 und 3.4. Die Realisierung ihrer immanenten Vernunft und Freiheit ist Anwendung, und die Realisierung ihrer eigenen Zwecke macht die Wissenschaft aus.

Fast 200 Jahre später ist diese moralische Einsicht immer noch Programm: „Von dem Fortgange der Wissenschaft hängt unmittelbar der ganze Fortgang des Menschengeschlechts ab," [20, S. 328] so schreibt Johann G. Fichte 1794 und leitet daraus „die wahre Bestimmung des Gelehrtenstandes [ab, AI]: es ist die *„oberste Aufsicht über den wirklichen Fortgang des Menschengeschlechtes im allgemeinen, und die stete Beförderung dieses Fortganges.*" [20, S. 328] Fichte leitet aus dem kantschen Sittengesetz einen politischen Anspruch ab. Der Deutsche Idealismus entdeckt, daß die menschliche Arbeit und das Handeln einer Moral untersteht, und da wissenschaftliche Arbeit eine besondere Form der Arbeit ist, so ist auch diese der Moral verpflichtet. Die Wissenschaft setzt selbst die Moral der Wissenschaft, der einzelne Wissenschaftler ist dieser Moral verpflichtet. Für weitere Ausführungen siehe Ulrich Ruschig [46, S. 25–28] und [47].

6 Die angewandte Mathematik wird zum Bestandteil der Lehre (1780–1860)

Mit der industriellen Revolution stieg der Bedarf an Ingenieuren und Technikern. Im Konkurrenzkampf der Nationalstaaten setzte man in Deutschland und Frankreich die Erwartung in die Technikwissenschaften und begegnete der von England angeführten Vorherrschaft der Industrie mit der Gründung von Ingenieurschulen. 1794 wurde in Paris die École Polytechnique gegründet. Obwohl Carl G.J. Jacobi [32, S.365] sie als „eine Schule ohne Vorbild und ohne Nachbild in Europa" kennzeichnet, ist sie der Prototyp der Ingenieurschulen und der späteren Technischen Hochschulen. In Deutschland wurden erst in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts die ersten Technischen Hochschulen gegründet: Karlsruhe 1865, München 1868, Aachen 1870, Braunschweig 1872, Stuttgart 1876, Darmstadt 1877, Berlin 1879, Hannover 1880, Dresden 1890. Viele dieser Technischen Hochschulen bestanden schon fünfzig Jahre vor ihrer Gründung als Institute oder Polytechnika. Es gab auch einzelne naturwissenschaftliche Institute an den Universitäten. Für eine sehr gute ausführliche Darstellung dieser Entwicklung siehe Susann Hensel [26].

6.1 *Technische Hochschulen werden vom Staat eingerichtet*

Mit der industriellen Revolution entstand das Potential, die Resultate der Wissenschaften, systematisch für die industrielle Produktion zu nutzen. Der Staat erkannte sein Bedürfnis nach ausgebildeten Ingenieuren in den neuen Technikwissenschaften und Forschungsergebnissen in diesen Wissenschaften. Von der Industrie selber konnten diese Bedürfnisse nicht bedient werden; die industriellen Betriebe konnten im großen Maßstab weder die allgemeine Ausbildung noch die Forschung finanzieren. Diese Funktion übernahm der Staat, indem er die Universitäten bezüglich Forschung und Lehre entsprechend einrichtete.

6.2 *Die Forschung*

Es kam zu einer Spezialisierung der Wissenschaftler und insbesondere der Mathematiker in reine und angewandte Mathematiker. Diese Trennung vollzog sich sowohl in der Forschung als auch in der Lehre. Die wesentlichen mathematischen Resultate, und wesentlich bedeutet, daß sie konstitutiv für den Fortschritt der Mathematik waren, wurden von den wenigen Mathematikern erzielt, die sämtliche Gebiete beherrschten. Diese „Durchbrüche" sind zum größten Teil in der reinen Mathematik und teilweise in der mathematischen Physik erzielt worden. Die zu Beginn der industriellen Revolution entstehenden Technikwissenschaften (das sind die Baustatik, die technische Mechanik und das Maschinenwesen) waren noch weit davon entfernt, Wissenschaften zu sein. Wie schon für die in Kapitel 5 betrachtete Periode galt auch jetzt noch: „Die neue und ungestüme mathematische Produktivität beruhte nicht in erster Linie auf technischen Problemen, die von neuen Industrien aufgeworfen wurden." [50, S. 147] Als Beispiel sei die 1868 veröffentlichte erste wissenschaftliche Arbeit über Regelungstheorie von James C. Maxwell [38] genannt. Er zeigte, daß ein Fliehkraftregler notwendig mit Reibung zu entwerfen ist, um die Stabilität der zu regulierenden Drehgeschwindigkeit zu garantieren. Allerdings war der Fliehkraftregler schon seit fast hundert Jahren im Einsatz und selbstverständlich war aus der Erfahrung die Wichtigkeit der Reibung bei der Regelung bekannt.

6.3 *Die Lehre*

Ein notwendiger Bestandteil der Lehre in den Technikwissenschaften sind die Naturwissenschaften und die angewandte Mathematik. Die neue Aufgabe der technischen Hochschulen – verglichen mit bisherigen Universitäten und Akademien – war die Ausbildung von sehr vielen Studenten, und insbesondere in angewandter Mathematik. Dies hatte Auswirkungen auf die Universitäten, an denen nun angewandte Mathematik zu unterrichten war für angehende Lehrer, die an den Schulen die Schüler auf die technischen Hochschulen vorzubereiten hatten. Wiewohl es mangelnde Kenntnisse in der angewandten Mathematik an Hochschulen und Schulen bis zur Mitte des 19. Jahrhunderts gab, bewirkte die industrielle Revolution, daß angewandte Mathematik eine eigenständige Bedeutung in der Lehre bekam.

Die Ausbildung in der École Polytechnique verlief in zwei Etappen: in den ersten zwei Jahren wurde ausschließlich Mathematik und Naturwissenschaften unterrichtet, erst im dritten und vierten Jahr wurde Technik gelehrt. Diese Organisation der Lehre spiegelt den Charakter der Technikwissenschaften wider. Die mathematische Grundlage dient dem Verständnis der Naturwissenschaften, und mittels der Naturwissenschaften lassen sich technische Anwendungen beschreiben. Dieser inhaltliche Grund der Ausbildung wurde durch einen historischen ergänzt. Nach der französischen Revolution wurden die Universitäten weitgehend aufgelöst, und Professoren fanden neue Anstellungen an der École Polytechnique. Diese Professoren waren keine Ingenieure, sondern Naturwissenschaftler oder Mathematiker. Als um 1850 in Deutschland die ersten technischen Hochschulen und naturwissenschaftlichen Institute an den Universitäten gegründet wurden (siehe den Beginn dieses Kapitels), war die Ausbildung nicht mehr zweiphasig wie bei der École Polytechnique konzipiert, sondern die einzelnen Gebiete griffen von Anfang an ineinander.

6.4 *Der Verfall der Moral im 19. Jahrhundert*

Die Konsequenz dieser Entwicklung für den einzelnen Wissenschaftler bedeutete einerseits, daß er vom Staat alimentiert wurde, und somit, im Vergleich seiner Bedingungen zu feudalistischen Zeiten, finanzielle Unabhängigkeit erlangte. Andererseits begann im 19. Jahrhundert, als Forschung und Lehre auf die Bedürfnisse von Staat und Kapital ausgerichtet wurde, der Prozeß der Aufgabe der akademischen Freiheit des Wissenschaftlers. „Akademische Freiheit [. . .] bedeutet die Freiheit der Lehre und der Forschung, ihre Unabhängigkeit von allen Bindungen und Kontrollen, die dem Prozeß der Erkenntnis äußerlich sind." [29, S. 425]

Mit dieser Entwicklung einher veränderte sich auch das Selbstverständnis der moralischen Pflicht der Wissenschaftler. Während der Wissenschaftler im 17. und 18. Jahrhundert zweifelsfrei davon ausging, im Dienste und zum Wohle der Menschheit zu forschen (siehe das Fichte-Zitat in Abschnitt 5.9), wurde dieses Verständnis im 19. Jahrhundert ein anderes. Jacobi kritisierte 1835 Fourier : „Es ist wahr, daß Herr Fourier der Meinung war, daß das Hauptziel der Mathematik im öffentlichen Nutzen und in der Erklärung der Naturvorgänge bestünde; aber ein solcher Philosoph wie er hätte wissen müssen, daß das einzige Ziel der Wissenschaft die Ehre des menschlichen Geistes ist und daß unter diesem Gesichtspunkt ein Problem der Zahlen genauso wertvoll ist wie eine Frage nach dem Bau der Welt." Zitiert nach [50, S. 146f] Aber der Unterschied zwischen den Positionen „Hauptziel der Mathematik [liegt, AI] im öffentlichen Nutzen" (Fourier) und „einzige Ziel der Wissenschaft die Ehre des menschlichen Geistes" (Jacobi) ist, gemessen an „Fortgang des Menschengeschlechtes im allgemeinen" (Fichte), nur ein gradueller. Ist das Ziel der Wissenschaft die Ehre des menschlichen Geistes, so geht es nur noch um „reiner Geist" und „wertneutral", es ist nur noch der Selbstzweck und die Autonomie bestimmend, der von Fichte formulierte wissenschaftsimmanente politische Impuls ist gelöscht. Dann ist es keineswegs mehr moralisch verwerflich, wenn geehrte Nobelpreisträger Kampfstoffe herstellen, alldieweil die Anwendung völlig getrennt von der wissenschaftlichen Arbeit ist. Ob nun Selbstzweck allein, und damit unpolitisch und wertneutral, oder öffentlicher Nutzen ohne Zweckangabe und ohne Sittengesetz, beide Positionen leiten den Verfall der wissenschaftlichen Moral ein.

7 Die Anwendung der angewandten Mathematik (1860–1920)

7.1 *Die Reproduzierbarkeit des naturwissenschaftlichen Experiments und des technischen Prozesses*

Bis zum 18. Jahrhundert wurde die Reproduzierbarkeit eines technischen Prozesses „gewährleistet" durch den artistischen Umgang des Handwerkers mit dem Material. Die wissenschaftliche Grundlage war nicht erkannt. Man versuchte in sogenannten Technologien, das waren Handwerkskunden, das artistische Verhältnis präzise anzugeben, um es damit zu bewahren und zu standardisieren und den Aneignungsprozeß für andere zu verkürzen. Erst im 19. Jahrhundert gelang die wissenschaftliche Erkenntnis von naturwissenschaftlichen und technischen Prozessen; diese wurden beschrieben unter der Angabe von Randbedingungen; das sind beim Naturgesetz Differentialgleichungen mit Randwertbedingungen. Für das Funktionieren des technischen Prozesses oder die Reproduzierbarkeit des naturwissenschaftlichen Experiments sind identische Randbedingungen notwendig; vergleiche Abschnitt 2.2.3 und 2.2.4. Beispielsweise entwickelte Justus Freiherr von Liebig Mitte des 19. Jahrhunderts ein Arsenal von standardisierten Destillationskolonnen, Heizvorrichtungen etc., um reproduzierbare Experimente für den Chemiker zu ermöglichen. Der technische Apparat ist notwendig für die Natur- und Technikwissenschaft; und ein solcher Apparat kann nur gebaut werden, weil die Natur- und Technikwissenschaft hinreichend entwickelt sind. Gleichzeitig entsteht durch diese notwendige Apparatur eine Abhängigkeit vom Geldgeber.

7.2 *Das autonome und das materiale Moment der wissenschaftlichen Arbeit*

Bis zur Mitte des 19. Jahrhunderts war es weder möglich, die vorhandenen Forschungsresultate der Wissenschaft in profitable Anwendungen umzusetzen, noch konnte umgekehrt ausgehend von technischen Problemen die Forschung zur Lösung dieser Probleme dirigiert werden. Der Grund ist ein systematischer: Wie in Abschnitt 1.5.1 zum Eristischen Satz ausgeführt, gibt es kein diskursives Verfahren, welches aus Unwissen Wissen werden läßt. Die produktive Spontaneität der Idee, die Spontaneität der Einbildungskraft oder anders ausgedrückt das Synthetische einer Beweisidee, und erst dies gewährleistet die Überwindung des Eristischen Satzes, unterliegt keinem methodisch geregeltem Verfahren. Das Dialektische im Erkenntnisprozeß, nämlich daß das erkenntnistheoretische Spätere das logisch Frühere ist, garantiert die Autonomie der wissenschaftlichen Arbeit und verhindert gleichzeitig, daß Forschung und Ergebnisse gezielt zu planen sind.

Die Reproduzierbarkeit des naturwissenschaftlichen Experiments und des technischen Prozesses erzwingt die Bereitstellung von standardisierten hochspezialisierten technischen Gerätschaften; siehe Abschnitt 7.1. Damit ist in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts das bloße „Herumtappen“ überwunden; aber das autonome Moment der wissenschaftlichen Arbeit ist gepaart mit einem materialen Moment: die Gerätschaften müssen finanziert werden, das kann der einzelne Wissenschaftler oder Betrieb nicht leisten, es entsteht eine Abhängigkeit vom Staat.

Für die angewandte Mathematik tritt diese Entwicklung erst wesentlich später ein, nämlich dann, wenn Mathematiker bei ihrer Arbeit auf die materiale Bedingung Computer verwiesen sind; siehe dazu Abschnitt 8.2.

7.3 *Das Verhältnis von Universität, Staat und Industrie*

Wie in Abschnitt 6.1 ausgeführt, entstand in der Neuzeit das Interesse des Staates an wissenschaftlichen Ergebnissen, um diese für Produktion und Kriegsführung zu nutzen. Da die dafür notwendigen Wissenschaftler und Techniker aus Kostengründen, siehe Abschnitt 7.1, nicht an Einzelbetrieben ausgebildet werden konnten, gewährleistet der Staat durch die Universität die entsprechende Forschung und Lehre. Sein Interesse ist das der Industrie in ihrer Gesamtheit, die konkurrierenden Interessen der Einzelbetriebe müssen außer acht gelassen werden. Ausgebildete Techniker, Lehrer und Wissenschaftler sollen universell einsetzbar sein. Dies erfordert eine flexible allgemeine Ausbildung, die zugleich praxisnah sein muß. Die Universitäten wurden beauftragt, eine solche Ausbildung zu leisten, eine weitergehende Reglementierung gab es nicht. Die Universitäten waren autonom, es bestand im wesentlichen die „Freiheit von Forschung und Lehre“ mit der Einschränkung, daß von Technischen Hochschulen ‚angewandte‘ Forschung und Lehre erwartet wurde. Die Wahl des konkreten wissenschaftlichen Gegenstandes wurde nicht eingeschränkt.

7.4 *Die Durchsetzung der angewandten Mathematik an den technischen Hochschulen*

In den folgenden historischen Bezügen beschränke ich mich auf Deutschland, für die anderen Industrienationen gelten ähnliche Entwicklungen mit zeitlichen Verschiebungen.

Dem Zeitalter der Restauration und der 48er Revolution folgte ein wirtschaftlicher Aufstieg der Industriestaaten. Gegen Ende des 19. Jahrhunderts war Deutschland die führende Industrienation, England und Frankreich waren überholt, der vorrangige Konkurrent waren die Vereinigten Staaten von Amerika.

Das ohnehin niedrige mathematische Niveau der Ausbildung an den polytechnischen Schulen und den meisten technischen Hochschulen und ebenso die geringe Forschungstätigkeit war, in Anbetracht der zunehmenden Mathematisierung der Naturwissenschaften, ein Mangel. Diese Kritik wurde von zwei Seiten an den Staat herangetragen: Die Industrie - vertreten durch den Verband Deutscher Ingenieure (VDI), gegründet 1856 - forderte eine bessere Ausbildung der Absolventen und mehr anwendungsrelevante Forschung; die technischen Hochschulen selbst beziehungsweise deren Vertreter verlangten nach Wissenschaft, um den Universitäten gleichgestellt zu werden; vergleiche [26, Abschnitt 3.2.1].

Die Aufwertung der Naturwissenschaften und der wissenschaftlichen Ausbildung hatte zur Folge, daß mehr

Mathematik gelehrt wurde. Die Erfolge in der Mathematik während der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts waren insbesondere in Deutschland immens. Um 1870/80 wurden zunehmend Mathematiker, und nicht mehr Naturwissenschaftler oder Ingenieure, als Professoren für Mathematik an die technischen Hochschulen berufen. Das bedeutete den Einzug der angewandten Mathematik an den technischen Hochschulen. Es kam zu einer Aufwertung der Mathematik an den technischen Hochschulen; diese erhielten 1899 das Promotionsrecht, damit waren sie den Universitäten gleichgestellt.

7.5 *Die antimathematische Bewegung etabliert die Lehre der angewandten Mathematik*

In den nachfolgenden Jahren wurde zwar die angewandte Mathematik etabliert, allerdings wandelte sich die inhaltliche Ausgestaltung. Die Kritik an der Vergrößerung der Kluft zwischen einer weit entwickelten Mathematik und den technischen Anwendungen (siehe Abschnitt 5.6) kulminierte in die sogenannte „antimathematische Bewegung“ (ca. 1890–1915), angeführt von Ingenieuren und Vertretern der Industrie; für eine ausführliche gelungene Darstellung siehe [26, Abschnitt 5]. Die nur wenige Jahre zuvor vertretene Position, daß naturwissenschaftliche und technische Fächer nur wegen der Mathematik zu einer Wissenschaft werden können, wurde jetzt mit Argwohn betrachtet. In dieser Auseinandersetzung nahm Alois Riedler, Professor des Maschineningenieurwesens an der Technischen Universität Berlin, eine exponierte Stellung ein; er wandte sich 1896 gegen die „Sucht, naturwissenschaftliche Fächer nur dann als wissenschaftlich anzusehen, wenn sie in mathematisches Gewand gekleidet sind.“ [44, S. 305] Einen zweiten Aspekt der Kritik aus dem Kreise der antimathematischen Bewegung drückt ebenfalls Riedler aus: „Die technischen Hochschulen verfolgen als Ziel ihrer Ausbildung: die Anwendung der naturwissenschaftlichen Erkenntnis zu wirtschaftlichem Zwecke.“ [44, S. 305] Der wirtschaftliche Zweck soll bei Forschungs- und Lehrinhalten an den technischen Hochschulen im Vordergrund stehen; diesem wissenschaftsheteronomen Zweck gilt die Wissenschaft nur als Mittel, die Mathematik sei zwar „unerläßliches Grundwerkzeug, aber nicht Grundlage selbst.“ [44, S. 305]

In diesem Streit zwischen Mathematikern und Ingenieuren nahm der von beiden Seiten respektierte Mathematiker Felix Klein eine integrative Funktion ein. In seiner Leipziger Antrittsrede hatte er 1880 den Mangel der Umsetzung von wissenschaftlichen Resultaten in praktische Anwendungen beklagt und machte dafür nicht die Mathematiker, sondern die Ingenieure verantwortlich: „Von Niemanden wird geleugnet, daß die reine Mathematik seit Anfang des Jahrhunderts nach den verschiedenen Richtungen hin eine mächtige und tiefgreifende Entwicklung erfahren hat. Aber für die Anwendung scheint alle diese Entwicklung beinahe nutzlos gewesen zu sein. Der Praktiker ignoriert unsere Fortschritte.“ [35]

Das Ergebnis der antimathematischen Bewegung für die technischen Hochschulen war, daß diese das Primat der angewandten gegenüber der reinen Mathematik in der Forschung und Lehre immer wieder betonten und in der Lehre dazu übergingen, diese pragmatisch hinsichtlich auf Methoden ausgerichtete Inhalte zu lehren. Damit wurde zwar einerseits die angewandte Mathematik in Forschung und Lehre an den technischen Hochschulen ein etabliertes Gebiet, aber inhaltlich verstand man unter angewandter Mathematik oftmals, etwas überspitzt ausgedrückt, Methoden statt Inhalte. Dieses Konzept ist im wesentlichen bis heute so beibehalten worden.

7.6 *Die angewandte Mathematik als etablierte Disziplin*

Um die Jahrhundertwende erfuhr die angewandte Mathematik eine Erweiterung: Sie beschäftigte sich nicht mehr ausschließlich mit Problemen der Naturwissenschaften, sondern auch mit technischen Problemen. 1897 wurde in Göttingen das ‚Institut für angewandte Mathematik und Mechanik‘ gegründet, 1888 wurde mit der Herausgabe der ‚Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschub ihrer Anwendungen‘ begonnen. 1904 wurde Carl Runge auf Bestreben von Felix Klein auf die ‚Professur für angewandte Mathematik‘ an die Georg-August-Universität Göttingen berufen. Es war die erste Professur für angewandte Mathematik in Deutschland, Carl Runge forschte zu numerischen und graphischen Verfahren zur Lösung von technischen Problemen. 1917 wurde in Preußen angewandte Mathematik als Studienfach obligatorisch; 1921 wurde die ‚Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik‘ (ZAMM) gegründet; 1922 wurde die ‚Gesellschaft für angewandte Mathematik und Mechanik‘ (GAMM) gegründet.

7.7 *Die außeruniversitäre angewandte Mathematik*

Gegen Ende des 19. Jahrhunderts wurde das Monopol der Universitäten bezüglich der wissenschaftlichen Forschung gebrochen. Es kam zu der Gründung außeruniversitärer Forschungsinstitute, an denen nicht gelehrt wurde: 1887 Physikalische-Technische Reichsanstalt - (PTR), 1889 Carl-Zeiß-Stiftung, 1898 Göttinger Vereinigung, 1910 Robert-Bosch-Stiftung, 1911 Kaiser-Wilhelm-Gesellschaft. In diesen Instituten war der Forschungsgegenstand nicht frei wählbar, sondern er war vorgeschrieben durch diejenigen Anwendungen, die als Dienstleistungsangebote eine profitable Produktion versprachen. Die Forschung mußte interdisziplinär organisiert werden, man arbeitete in Teams. Die Tendenz zur Transformation der Einzelwissenschaften in Technologie war damit eingeleitet. Für die angewandte Mathematik bedeutete dies, daß ihre Methoden für die Anwendungen im Vordergrund standen. Gefragt waren mathematische Anwendungen, weniger die angewandte Mathematik.

7.8 *Der Ruin der Moral im 20. Jahrhundert*

In Abschnitt 6.4 hatten wir den stufenweisen Verfall der Moral im 19. Jahrhundert dargestellt anhand von stellvertretenden Positionen zum Begriff Wissenschaft: „Fortgang des Menschengeschlechtes im allgemeinen“ Fichte 1794, „Hauptziel der Mathematik im öffentlichen Nutzen und in der Erklärung der Naturvorgänge“ Fourier 1830, „einzige Ziel der Wissenschaft die Ehre des menschlichen Geistes“ Jacobi 1835. Im 20. Jahrhundert kam es zu einer weiteren graduellen Verschiebung: „Erst die Anwendung [...] ist die höchste Stufe der Erkenntnis“, so Alois Riedler zitiert nach [30, S. 302]. Im 1. Weltkrieg wurde ein solcher Nutzen realisiert: „Sowohl in Fritz Habers Berliner Kaiser-Wilhelm-Institut für Physikalische Chemie und Elektrochemie als auch bei Bayer liefen die Vorbereitungen für den militärischen Einsatz von chemischen Kampfstoffen. Haber leitete persönlich den ersten Angriff mit Chlor, allein am ersten Abend starben 5000 Menschen.“ [45, S. 5] Dieses antimoralische Verhalten ist das Gegenteil von Fichtes „Wissenschaft zum Wohle des gesamten Menschengeschlechts“ im Sinne der Aufklärung. Man sieht, wohin Jacobis Standpunkt „Wissenschaft als Ehre des menschlichen Geistes“ führt. Auch wenn nicht jeder Wissenschaftler sich wie Haber mit dem Staat identifizierte und zum Nationalisten wurde, so wurde doch spätestens ab dem 20. Jahrhundert von dem Wissenschaftler seine Zuständigkeit für die Verknüpfung seines Handelns mit den Fortschritten für das Menschengeschlecht geleugnet. Die Moral der Wissenschaft war ruiniert.

8 Die tendenzielle Transformation von Natur- und Technikwissenschaften in Technologie

In den vorhergehenden Kapiteln wurde gezeigt, wie bis zum Beginn des 20. Jahrhunderts die Entwicklung in der Wissenschaft dazu führte, daß in der wissenschaftlichen Arbeit der methodische Anteil gegenüber dem artistischen Anteil zunehmend überwog. In diesem und dem nachfolgenden Kapitel wird gezeigt, wie sich diese Tendenz verstärkte und im 20. Jahrhundert der Charakter der Natur- und Technikwissenschaften und der Mathematik ein anderer wurde.

8.1 *Die Zergliederung des menschlichen Arbeitsprozesses*

Bis zu den Zeiten der Aufklärung waren Geschick und Erfahrung des Arbeiters notwendig, um den nicht-identischen Arbeitsgegenstand zu bearbeiten. Bestimmend für den Arbeitsprozeß war das artistische Verhältnis zum Material und zum Gegenstand. Im Arbeitsprozeß wurde nur das Werkzeug eingesetzt. Die Revolutionierung des handwerklichen Arbeitsprozesses bis hin zur industriellen Arbeit begann mit der Revolutionierung der Arbeitsinstrumente, das ist die Einführung der Manufaktur; siehe [37, 12. Kapitel]. Es folgte die Revolutionierung des Antriebs für die unmittelbar an dem Gegenstand angreifenden Instrumente wie zum Beispiel die Dampfmaschine; siehe [37, 13. Kapitel]. Mit der Industriellen Revolution wurde die Maschine zum wesentlichen Bestandteil des Arbeitsprozesses. Die durch die Dampfmaschine produzierte kinetische Energie stand unabhängig von den natürlichen Voraussetzungen zur Verfügung; diese Eigenschaft wurde genutzt, um einzelne Arbeitsprozesse in einfache Teilprozesse zu zergliedern. Der kapitalistische Produktionsprozeß wurde unabhängig von dem einzelnen Arbeiter mit seinen individuellen Fähigkeiten, weil dessen Funktion im Produktionsprozeß zu einer herstellbaren Qualifikation wurde. Hinzu kam, und das ist ganz wesentlich, die systematische und teilweise wissenschaftliche Durchdringung des Arbeitsprozesses mittels Natur- und Technikwissenschaften. Damit veränderte sich die menschliche Arbeit gemäß den umgestalteten Maschinen. Die „Perfektion“ dieser Entwicklung war gegen Ende des 20. Jahrhunderts der Taylorismus, nämlich die Analyse und Zergliederung der menschlichen Arbeit, um sie im Interesse des Kapitals für den Arbeitsprozeß optimal einzusetzen. Siehe Abschnitt 8.3.

8.2 *Der Computer – ein neues Produktionsmittel*

Der Computer hat wesentlich den Charakter der Industrialisierung, der Technologie, der Wissenschaften, und vor allem der angewandten Mathematik verändert. Wie die Dampfmaschine kinetische Energie und deren Ausnutzung an nahezu beliebigen Orten ermöglichte, so wurden durch den Computer Daten und deren schnelle Ausnutzung an beliebigen Orten ermöglicht. Der Taylorismus der Jahrhundertwende hatte auf ein Produktionsmittel wie den modernen Computer nur gewartet. Der Computer war seit den 1960er Jahren ein Katalysator für die schon in der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts begonnene Taylorisierung des Arbeitsprozesses; diese wurde weiter zergliedert und intensiviert, durch den Computer wurde der Taylorismus perfektioniert.

Eine analoge Beobachtung gilt auch für die Zergliederung des wissenschaftlichen Arbeitsprozesses durch den Computer. Im gegenwärtigen Abschnitt wird gezeigt, daß der Computer ein Katalysator der tendenziellen Transformation von Natur- und Technikwissenschaften in Technologie war. In Kapitel 9 wird diese Transformation für die angewandte Mathematik gezeigt.

8.2.1 Der Computer in den Natur- und Technikwissenschaften

Der Computer veränderte den Charakter der Natur- und Technikwissenschaften, denn durch ihn konnten kostspielige und aufwendige Experimente durch Simulationen ersetzt werden. Das experimentelle Instrumentarium kann teilweise durch den Computer ersetzt werden oder wesentlich gezielter genutzt werden, indem mittels des Computers die experimentiellen Fragen an die Natur vorbereitet werden.

8.2.2 Die Informatik als Wissenschaft?

Die wissenschaftliche Disziplin, die sich mit dem Computer befaßt, ist die Informatik. Die Informatik löste sich in den 1970er Jahren als eigenständige Disziplin von der Mathematik ab oder wurde abgetrennt. Ob sie sich zu einer Wissenschaft entwickeln wird, ist unklar. Ihr Gegenstandsbereich ist die „Struktur und Organisation von digitalen Rechenmaschinen und informationsverarbeitender Prozesse“. Das scheint aber Mathematik, insbesondere Logik, mit elektrotechnischen Anwendungen zu sein. Friedrich L. Bauer, der maßgeblich an der Entwicklung der Informatik beteiligt war, geht der Frage nach dem Gegenstandsbereich explizit nach, kommt aber nicht weiter als: „Im ganzen spannt sich somit die Informatik wie eine Brücke über die Abgründe und Untiefen der Programmierung, mit zwei Brückenköpfen auf festem Land, die aber nicht zu ihr gehören: der (mathematischen) formalen Logik auf der einen Seite, der (elektrotechnischen) Gerätetechnik auf der anderen Seite.“ [6, S. 368]

8.3 *Der Taylorismus*

Der Begriff ‘Taylorismus’ geht zurück auf F.W. Taylors Untersuchungen der körperlicher Arbeit eines Bandarbeiters bei den Ford-Automobilwerken gegen Ende des 20. Jahrhunderts. Mit Taylorismus wird die Analyse und Zergliederung des menschlichen Arbeitsprozesses bezeichnet, um diesen für die Zwecke des Kapitals zu organisieren. Die Umsetzung heißt dann in marxschen Termini die ‚reelle Subsumtion der Arbeit unter das Kapital‘.

8.3.1 Die Zergliederung der wissenschaftlichen Arbeit

Der wissenschaftliche Arbeitsprozeß veränderte sich analog zum menschlichen Arbeitsprozeß über die Jahrhunderte. „Erkenntnis zu wirtschaftlichem Zwecke“ wurde zum erklärten Ziel der Naturwissenschaften, siehe Abschnitt 7.5. Die erforderlichen experimentelle Apparaturen und Maschinen wurden hinsichtlich ihrer Funktionen zergliedert. Mit anderen Worten: das materiale Moment konnte weiter zergliedert werden. Weil der einzelne Wissenschaftler seine Wissenschaft gar nicht mehr überschauen kann, ist diese Zergliederung der wissenschaftlichen Arbeit notwendig. Die Konsequenz dieser Zergliederung beschrieb Friedrich Nietzsche 1872 wie folgt: „So ein exklusiver Fachgelehrter ist dann dem Fabrikarbeiter ähnlich, der sein Leben lang nichts anderes macht als eine bestimmte Schraube oder Handhabe zu einem bestimmten Werkzeug oder zu einer Maschine, worin er dann freilich eine unglaubliche Virtuosität erlangt.“ [39, S. 193] Die geistige Arbeit wird zerlegt in Teilprozesse, und es kommt zu einer „instrumentellen Verwendung des schon Erforschten“. [13, Seite 13] Letzteres bedeutet Technologie und nicht Wissenschaft. Allerdings macht die Analyse und Zergliederung der geistigen Arbeit alleine keinen Taylorismus aus; Taylorismus bedeutet notwendig: die Bestandteile im Interesse des Kapitals für den geistigen Prozeß optimal einzusetzen.

8.3.2 Taylorismus wissenschaftlicher Arbeit ist ein Widerspruch in sich

Taylor zergliederte die körperlicher Arbeit eines Bandarbeiters bei den Ford-Automobilwerken in einzelne Phasen, um diese Phasen für das Endprodukt zu organisieren. Es muß so zergliedert werden, daß das angestrebte Produkt effizienter erzielt wird. Die geistige Arbeit selbst kann in solche Phasen nicht zerlegt werden, weil der geistigen Arbeit das spekulative Element immanent ist, dieses spekulative Element kann aber nicht – und das macht die geistige Arbeit wesentlich aus – durch ein diskursives oder methodisches Verfahren erzeugt werden; siehe Kapitel 1. Der Taylorismus wissenschaftlicher Arbeit würde bedeuten, daß man aufbauend auf der Zergliederung der geistigen Arbeit ein Verfahren angibt, um Neues methodisch zu schaffen. Eine konsequente Zergliederung der wissenschaftlichen Arbeit bedeutet ihre Abschaffung. Max Horkheimer hat diese Tendenz schon 1952 diagnostiziert: „Die intellektuelle Fortbewegung der Wissenschaft, vor allem aber ihre Durchorganisation zielen darauf ab, den Intellekt, das spekulative Element des Denkens, ohne das nichts sich bilden kann, zu liquidieren.“ [29, S. 402]

8.4 *Die Steuerung von Forschung und Lehre*

Die Autonomie der Wissenschaft verhindert eine Steuerung der Wissenschaft im engen Sinne: die Spontaneität der Einbildungskraft kann nicht gesteuert werden; siehe Abschnitt 4.4. Wenn es aber zu einer zunehmenden

Zergliederung der wissenschaftlichen Arbeit kommt und kommen muß, dann können die Geldgeber der notwendigen Forschungsstätten die Organisation und Zergliederung der Forschung bestimmen, und darüber können Schwerpunkte und Inhalte von Forschung und Lehre beeinflußt werden. Das sind keine wissenschaftsimmanenten Interessen.
Dieser Prozeß fand historisch statt. Der Staat richtete ein oder veränderte Bildungs- und Forschungsanstalten im Hinblick auf die Berürfnisse der Technologie. Universitäten waren nicht mehr die einzigen Stätten, wo dieses realisiert wurde. Es wurden außeruniversitärer Forschungsinstitute wie die Kaiser-Wilhelm-Institute gegründet; dort wurde ausschließlich geforscht und nicht gelehrt. Beispielsweise wurde von dem Kaiser-Wilhelm-Institut in Berlin-Dahlem Katalysator-Forschung erwartet. Wenn es auch nicht im voraus abzusehen oder intendiert war, aber letztendlich entwickelte Fritz Haber an diesem Institut das Giftgas; siehe Abschnitt 7.8.

Die Technologie beruht auf den gezielten Einsatz der Resultate der Einzelwissenschaften, sie werden als Dienstleistungen abgerufen. In der Technologie kam es verstärkt auf den Einsatz interdisziplinärer Forschungsergebnissen an. Der Staat nahm Einfluß, um die Forschung an den Universitäten hinsichtlich Interdisziplinärität zu verstärken.
Die Lehre und die Studiengänge wurden an den Universitäten entsprechend den Bedürfnissen des Staates geändert. Das ist am Beispiel der Mathematik im Abschnitt 9.3 ausgeführt.
Seit den 1980er Jahren setzte verstärkt die Steuerung der Forschung und Lehre durch Drittmittel ein. Projekte wurden immer weniger direkt von den Universitäten finanziert. Die Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) verteilt in Deutschland im Interesse des Staates die Drittmittel; dazu kommen noch diverse Stiftungen der verschiedensten Arten. Heutzutage ist es für die Karriere eines Wissenschaftlers an der Universität notwendig, daß er Drittmittel eingeworben hat. Die DFG legt die Bereiche fest, für die Drittmittel ausgegeben werden, und steuert damit, welche Apparaturen, Disziplinen und Methoden finanziert werden. So wurden beispielsweise die Schwerpunkte Nanotechnologie oder Energiesysteme gefördert. Ähnlich verfahren Stiftungen, Max-Planck-Institute und Fraunhofer-Institute.

8.5 *Die tendenzielle Transformation von Natur- und Technikwissenschaft in Technologie*

Die Technologie hat den Zweck, standardisierte, sichere und profitable technische Geräte und Verfahren zu analysieren oder herzustellen; siehe Abschnitt 2.6. Ihre Arbeitsmethoden beruhen notwendig auf wissenschaftlichen Kenntnissen und beinhalten synthetische Urteile zur Anwendung von wissenschaftlichen Resultaten. Wesentlich sind ihr dabei zwar wissenschaftliche Methoden, aber das allein macht eine Wissenschaft nicht aus; allgemeingültige und notwendige Resultate werden nicht erarbeitet. Die Sprache gibt einen Hinweis auf diesen Sachverhalt: In dem aktuellen Buch [43] ist stets von „lösungsorientierter Mathematik“ die Rede, die Lösung ist das Resultat und enthält nicht mehr die wissenschaftliche Arbeit, die zum Resultat geführt hat.

Seit dem 20. Jahrhundert wurde die methodische Komponente in der natur- und technikwissenschaftlichen Forschung aufwendiger und kostspieliger, das experimentelle Instrumentarium wurde größer und teurer. Dies gilt ebenso für diejenigen reinen Disziplinen, die seit den 1960er Jahren auf kostenspielige Großcomputer angewiesen waren. Der Schwerpunkt der wissenschaftlichen Arbeit verschob sich auf die Entwicklung und Verwendung von Methoden. Implementierte numerische Verfahren wurden zu materialisierten Methoden, deren Inhalte und Hintergründe die wenigsten Benutzer verstehen.

Peter Bulthaup faßt 1973 diesen Prozeß wie folgt zusammen: „Diese den exakten Wissenschaften immanente Entwicklungstendenz führt dazu, daß in ihnen die Qualifikation der Arbeitskraft nicht nur notwendige, sondern zum Teil schon hinreichende Bedingung wissenschaftlicher Arbeit ist, die sich von der von Technikern in der Industrie geleisteten immer weniger unterscheidet.“ [13, S. 13/14]
Unter „exakten Wissenschaften“ wird Bulthaup die Naturwissenschaften verstehen; wenn er in seinem Aufsatz konkreter wird, dann betrifft es die Chemie. Ob diese immanente Entwicklungstendenz auch in der Mathematik gültig ist, wird in Abschnitt 9 untersucht.
Peter Bulthaup sagt, daß dieser Prozeß den Naturwissenschaft immanent ist, er wird nicht von außen bewirkt. Weiterhin sagt er nicht, daß die Naturwissenschaften in Technologie übergehen, sondern daß es ein tendenzieller Prozeß ist. „Die Wissenschaft selbst transformiert sich tendenziell in Technologie.“ [13, S. 13] Diese Tendenz ist nicht abhängig von der Gesellschaftsform, in der das stattfindet, die Wissenschaft transformiert *sich*. Die Konsequenz ist der tendenzielle Ruin der Naturwissenschaften, denn, wie Max Horkheimer 1952 sagte: „Naturschutzparks für das spekulative Element können nicht errichtet werden.“ [29, S. 402]

8.6 *Die tendenzielle Transformation des Wissenschaftlers zum wissenschaftlichen Lohnarbeiter*

Die Technologie ist bestimmt durch die Anwendung wissenschaftlicher Resultate der Naturwissenschaften und der Mathematik, sie ist keine Wissenschaft; siehe Abschnitt 2.6. In der Technologie ist die Herleitung wissenschaftlicher Resultate nur bedingt relevant, im Vordergrund steht die Anwendung der Resultate. Damit entfällt die Grundlage für die Autonomie wissenschaftlicher Arbeit. Der Wissenschaftler kann zum Lohnarbeiter werden, wenn er vom Geldgeber (z.B. Staat, Industrie, Drittmittelgebern) abhängt; das wäre die formelle Subsumtion der wissenschaftlichen Arbeit. Wenn Wissenschaft tendenziell zu Technologie wird, dann werden Wissenschaftler tendenziell zu *wissenschaftlichen Lohnarbeitern.* Damit wäre die reelle Subsumtion der wissenschaftlichen Arbeit unter das Kapital umgesetzt.

9 Die tendenzielle Transformation von angewandter Mathematik in Technologie

Die in Kapitel 8 aufgezeigte tendenzielle Transformation in Technologie wird jetzt für die angewandte Mathematik untersucht. In dem Transformationsprozeß der Naturwissenschaften in Technologie spielt die Mathematik eine herausragende Rolle. Wurde noch die Dampfmaschine ohne Kenntnis der Thermodynamik entwickelt, so basierte die Entwicklung des Elektromotors auf den Resultaten der Elektrodynamik, für die wiederum angewandte Mathematik notwendig war. Angewandte Mathematik wurde konstitutiv für den technologischen Fortschritt. Während in der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts man noch oft behauptete, daß nur die Naturwissenschaften für Technologien relevant sind, gilt dies heute uneingeschränkt und prominenter für die Mathematik. Dies belegen beispielsweise die Ausführungen in den Büchern, die Mathematik und Technologie schon im Titel in einen Zusammenhang zu bringen: „Schlüsseltechnologie Mathematik“ [40], „Mathematik – Schlüsseltechnologie für die Zukunft · Verbundprojekte zwischen Universität und Industrie“ [27] und „MATHEON – Mathematics for Key Technologies“ [16]. In diesen Büchern wird ausführlich anhand von Beispielen beschrieben, wie die Resultate der angewandten Mathematik für Technologien genutzt werden. „Die angewandte Mathematik in Deutschland [. . . , rangiert] unter den Top 3 der Welt.“ [43, S. 13]

Das ‚Fraunhofer-Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik‘ (ITWM) in Kaiserslautern behauptet in allen ihren Publikationen, daß Mathematik eine Schlüsseltechnologie ist. Ein Flyer aus dem Jahre 2014 hat das Motto: „MATHEMATIK IST TECHNOLOGIE“; es geht allerdings aus dem Flyer nicht hervor, was das ITWM unter Technologie versteht. Im gegenwärtigen Aufsatz haben wir entwickelt: Mathematik ist eine Wissenschaft, Technologie ist keine Wissenschaft.

Das „DFG-Forschungszentrum Mathematik für Schlüsseltechnologien, Modellierung, Simulation und Optimierung realer Prozesse“ (MATHEON) in Berlin unterscheidet Mathematik und Technologie und sagt: „Mathematik *für* Technologien“.

In diesem Kapitel werden wir zeigen, daß die tendenzielle Transformation in Technologie auch für die angewandte Mathematik gültig ist.

9.1 *Der Computer in der angewandten Mathematik*

Die Mathematik, und hauptsächlich die reine Mathematik, war konstitutiv für die Entwicklung des Computers. Umgekehrt erfuhr die Mathematik, und insbesondere die angewandte Mathematik, durch dieses neue Hilfsmittel eine wesentliche Veränderung. Der Computer war ein Katalysator für die Entwicklung von Methoden der angewandten Mathematik. Die Numerik wurde erst durch den Computer zu einer ausgereiften Disziplin, später sollte sie sich weiterentwickeln zu „wissenschaftlichem Rechnen“. Während es bisher nur in den Naturwissenschaften möglich war, mittels des Experiments dem Gegenstand der Untersuchung Fragen zu stellen, so ermöglichte jetzt der Computer ein solches experimentelles Vorgehen auch in der Mathematik. Weiterhin wurde es erst durch den Computer und die Entwicklung numerischer Methoden möglich, die Lösungen komplexer Probleme hinreichend genau zu approximieren und zu visualisieren.

Die Weiterentwicklung der Wissenschaft Mathematik kam in ein Stadium, in dem sich die Natur- und Technikwissenschaften schon hundert Jahre früher befanden; siehe Abschnitt 7.2. Die immer aufwendigere hochspezialisierte technische Apparatur in den Technik- und Naturwissenschaften führte zu einem materialen Moment der wissenschaftlichen Arbeit. Die Apparatur mußte finanziert werden. Mit der Einführung der Großcomputer galt das ebenso für diese. Das konnten sich weder die Einzelwissenschaftler noch die Einzelbetriebe leisten. Die Finanzierung wurde indirekt den Universitäten übertragen, und das hatte die Abhängigkeit der Universitäten vom Staat zur Folge. Mit anderen Worten, die Erfindung des Computers hatte zur Konsequenz eine materiale Bedingung für die wissenschaftliche Arbeit in der angewandten Mathematik.

9.2 *Die Zergliederung der mathematischen Arbeit*

Ähnlich wie es Friedrich Nietzsche ausgedrückt hat (siehe Abschnitt 8.3.1), so beobachtet auch Felix Klein 1926 die Zergliederung der geistigen Arbeit in der Mathematik: „Da gibt es in jedem Kulturland Hunderte von produzierenden Mathematikern, von denen jeder nur eine ganz kleine Ecke seiner Wissenschaft beherrscht, die ihm dann begreiflicherweise an Wichtigkeit alles andere zu übertragen scheint. Die Früchte seiner Arbeit publiziert er in abgerissenen Einzelaufsätzen in mehreren, womöglich verschiedensprachigen, weitverstreuten Zeitschriften. Die Darstellung, nur für wenige Spezialkollegen berechnet, enthält sich jeder Andeutung eines Zusammenhangs mit größeren allgemeinen Fragen und ist dadurch vielleicht schon einem etwas anderweitig interessierten Kollegen schwer zugänglich, einem größeren Kreise aber gänzlich ungenießbar.“ [36, S. 5] In der Mathematik führt, analog zur großen Industrie, die Menge von Einzelresultaten zu der Zergliederung von wissenschaftlichen Arbeitsprozessen. Der Zusammenhang der Einzelresultate ist für den einzelnen Wissenschaftler nicht präsent. Die Wissenschaftler sind einen ihnen undurchschaubaren Prozeß unterworfen. Diese Abhängigkeit wird tendenziell ein allgemeiner Tatbestand der Wissenschaften. Dieser Prozeß und der damit verbundenen Ruin des spekulativen Moments ist analog zu dem in der Chemie, wie ihn Peter Bulthaup ausführlich expliziert hat; siehe [13, S. 10-14].

Nicolas Bourbaki schrieb 1971, als die Mathematik im Vergleich zu 1930 eine wesentliche strukturelle Veränderung erfahren hatte: „Man könnte fast sagen, daß die nur auf die wesentlichen, nämlich strukturellen Daten der Probleme gerichtete axiomatische Methode weiter nichts ist als das ‚Taylorsystem‘ der Mathematik.“ [10] Diese Aussage ist zugespitzt. Wie in Abschnitt 8.3.2 ausgeführt, ist ein Taylorismus in der Wissenschaft nicht möglich, weil jenes ein methodisches Verfahren bedeutet, was dieses schon im Begriff ausschließt. Bourbaki ist deshalb vorsichtig und sagt „man könnte fast sagen“. Richtig an der Aussage ist, daß es durch die Betonung und Ausführung der axiomatische Methode zu einer immer weitergehenden Zergliederung kommt. Die Axiome werden zu Gliedern. Das ist logisch nicht möglich. Aber wenn das methodische Moment im mathematischen Prozeß überwiegt, und der Anteil des spekulativen Moments verschwindend klein wird, dann müssen die Axiome anders interpretiert werden. Diese Beobachtung ist ganz im Sinne von Egbert Brieskorn, der 1974 ausführte: „So kann es dazu kommen, daß die ursprünglich fortschrittliche Tendenz, die in der Entwicklung einer mathematischen Arbeitstechnik liegt, welche Bourbaki mit dem Taylorismus vergleicht, umschlägt in ein hemmendes Moment, in die Trennung von kreativer mathematischer Forschung einerseits und die Vermittlung von vorgegebenen Wissen und fertigen Techniken andererseits.“ [12, S. 233]

9.3 *Die Lehre in der angewandte Mathematik*

Die Lehre der angewandten Mathematik blieb bis in die 1960er Jahre an den technischen Hochschulen im wesentlichen unverändert. An den Universitäten wurden Mathematiker vornehmlich für den Lehrerberuf ausgebildet. Zwar gab es ab 1942 den Diplommathematiker, aber dieser wurde nicht spezifisch, z. B. als Versicherungs- oder angewandter Mathematiker, ausgebildet. Im Gegenteil bestand seine Qualifikation gerade darin, in allgemeinen Strukturen zu denken und Wesentliches herausarbeiten zu können.

In den 1960er Jahren setzten die Vertreter der Wirtschaft auf avancierte Technologie und forderten insbesondere mehr und besser ausgebildete Ingenieure und Naturwissenschaftler. Dies bewirkte zahlreiche Neugründungen von (Reform-)Universitäten. Einher ging eine Umstrukturierung der Organisation von Forschung und der Inhalte der Lehre. Es kam in gewissen Sinne zu einer Neuauflage der antimathematischen Bewegung (siehe Abschnitt 7.5), das Ziel war die „praxisorientierte“ Qualifikation der Absolventen. Der Universitätsabschluß sollte zu einer Beherrschung der Anwendung mathematischer Methoden führen, die Fähigkeit zu modellieren und die gleichzeitige Herstellung interdisziplinärer Bezüge. Die Informatik wurde zum wesentlichen Bestandteil der praxisorientierten Ausbildung. Reformuniversitäten wie Oldenburg und Bremen führten das Projektstudium Mathematik ein; siehe [1]. Im Projektstudium sollten Studenten der Diplommathematik gleich zu Beginn des Studiums in Projekten studieren, um die später für den Beruf relevanten Fähigkeiten zu erlernen. Bei diesen Versuchen stellte sich heraus, daß ohne Kenntnis der Herleitung der mathematischen Resultate (genauer: ohne den Prozeß der wissenschaftlicher Arbeit mit der damit enthaltenen produktiven Einbildungskraft zu wiederholen), eine Anwendung von mathematische Resultate nur mechanisch und damit dilettantisch war. Weitere „Reformen“ der Universitäten bedeuteten für die Mathematik eine Spezialisierung des Diplomstudiengangs in Finanz-, Wirtschafts-, Technomathematik und auch Informatik.
An der Technischen Universität Kaiserslautern wurde in den 1980er Jahren erstmals der Diplommathematik-Studiengang *Technomathematik* eingeführt, um Mathematiker für die Technologie auszubilden. Zahlreiche Universitäten haben heute einen solchen Studiengang.
Auch die Schulausbildung soll entsprechend den Ansprüchen der angewandten Mathematik zugeschnitten werden. Allerdings ist dies noch nicht umgesetzt: „Die angewandte Mathematik nimmt in der Ausbildung der Lehrer bis heute einen bescheidenen Teil ein.“ [43, S. 18]
Zu Beginn des 21. Jahrhunderts wurde der Diplomstudienganges Mathematik, der durchschnittlich dreizehn Semester dauerte, abgeschafft und Bachelor- und Master-Studiengängen eingeführt. Der in einem dreizehnsemestrigen Mathematikstudium erzielte intellektuelle Überschuß war für den benötigten mathematischen Lohnarbeiter eine Überqualifikation. Das ließ sich

einsparen. Die Einführung sechssemestriger Bachelorstudiengänge vierzig Jahre nach Gründung der Reformuniversitäten war nur konsequent.

Das Ziel eines sechssemestrigen Bachelorstudiums und eines zehnsemestrigen Masterstudiums in der angewandten Mathematik ist auf Methoden, Modellierung und Interdisziplinarität ausgerichtet; es steht im Vordergrund der Lehre eine „problemgetriebene, modellbezogene und lösungsorientiere Mathematik" – so das Motto des ITWM in Kaiserslautern und der Titel des neuen Buches [43].

Dann läßt das Studium der Mathematik die Erarbeitung der mathematischen Resultate nicht zu, es werden Methoden angeeignet, um Resultate anzuwenden. Die Erlernen, wie mathematische Beweise geführt und entwickelt werden, verkümmert notwendig. Für die Mathematik bedeutet dies den Ruin der mathematischen Bildung, und die Technologie kann ohne diese nicht sein.

9.4 *Die Steuerung der Forschung in der angewandten Mathematik*

Für die Naturwissenschaften galt schon im 19. Jahrhundert, daß die Finanzierung der von ihr benötigten Apparatur in der Forschung nicht von Einzelbetrieben geleistet werden konnte. Diese Finanzierung übernahm der Staat. Darüber nahm der Staat Einfluß auf die Schwerpunkte der Forschung – nicht auf die Einzelresultate, das ging nicht. Eine analoge Entwicklung galt für die Mathematik mit der Einführung von Großcomputern in den 1970er Jahren.

Die Bedürfnisse der avancierten Technologie, und genau diese wurde in Deutschland forciert ausgebaut, bedeuteten für die Mathematik: eine Zurückdrängung der reinen Mathematik und eine Aufwertung der angewandten Mathematik; eine angewandte Mathematik, die Resultate und numerische Methoden bereitstellt; Grundlagenforschung nur dann, wenn langfristig ihr Anwendungsbezug zu erahnen ist.

In der Forschung wurde dieser Zweck realisiert über Drittmittelförderung, Denomination von Professorenstellen und die Einrichtung oder Schließung von universitären oder außeruniversitären Instituten.

Letztere vermögen den Bedürfnissen wesentlich besser nachzukommen als die Universitäten. Ein Prototyp für diese Entwicklung ist das ‚Fraunhofer-Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik' (ITWM) aus Kaiserslautern; siehe dazu ein kürzlich erschienenes Buch über deren Entwicklung [43]. Es zeigt, daß die wissenschaftliche mathematische Arbeit reell subsumiert wurde unter die Zwecke des Kapitals.

9.5 *Die tendenzielle Transformation von angewandter Mathematik in Technologie*

Sowohl für den Gründer als auch für den Direktor des ‚Fraunhofer-Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik' (ITWM) ist das Ziel hinsichtlich der Mathematik klar gesetzt: „Anwendbare Mathematik in wirklich angewendete Mathematik umzusetzen." [43, S. 22] Das ITWM in Kaiserslautern und das MATHEON in Berlin sind in dieser Hinsicht Prototypen, sie stehen stellvertretend für zahlreiche (technische) Universitäten, Max-Planck-Institute und Fraunhofer-Institute.

Dieses Ziel wird umgesetzt, wie in den vorigen Abschnitten für die Forschung und Lehre ausgeführt, indem das methodische Moment in der mathematischen Arbeit im Vordergrund steht. Genauer gesagt sind dies Methoden der mathematischen Modellierung, Simulation und Optimierung. Es geht um die Bereitstellung von praxisrelevanten Verfahren und Algorithmen, das spekulative Element ist dabei nicht gefragt.
Die Universitäten versuchen, den dazu erforderlichen wissenschaftlichen Lohnarbeiter mit der entsprechender Qualifikation auszubilden. Auch dabei bleibt das spekulative Element auf der Strecke liegen. Die angewandte Mathematik in Gestalt der „Schlüsseltechnologie Mathematik" ist als Dienstleistung unter die Zwecke von Staat und Kapitel subsumiert worden. Es findet eine tendenzielle Transformation von angewandter Mathematik in Technologie statt. Damit ist die Mathematik als Wissenschaft ruiniert.

Trotzdem, und obwohl Max Horkheimer sagt „Naturschutzparks für das spekulative Element können nicht errichtet werden" [29, S. 402], gibt es neue bahnbrechende Resultate in der Mathematik, und besonders in der zurückgedrängten reinen Mathematik. Siehe „Problems solved since 1975"[1]. Die Wissenschaft Mathematik ist nicht ruiniert.

9.6 *Die Moral*

Die tendenzielle Transformation der Wissenschaft in Technologie korrespondierte zu der tendenziellen Transformation der Moral des Wissenschaftlers zum Wohle der gesamten Menschheit in die Unverantwortlichkeit des Technokraten. Der wissenschaftliche Lohnarbeiter verantwortet nicht das, was er tut, eben weil er subsumierter Lohnarbeiter ist.

Heute gibt es im wesentlichen zwei Positionen zur wissenschaftlichen Moral. Zum einen diejenigen, die weiterhin auf die Pflicht der Wissenschaft zum Wohle der gesamten Menschheit pochen; zum anderen diejenigen, die ihre Verantwortungslosigkeit damit zu begründen versuchen, daß die erste Position nichts weiter als ein

[1] http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_unsolved_problems_in_mathematics

leeres Sollen sei. Ulrich Ruschig kritisiert, daß das „leere Sollen“ die gesellschaftlichen Umstände, in denen Wissenschaft betrieben wird, ignoriert: „Die reelle Subsumtion wissenschaftlicher Arbeit unter die Zwecke von Kapital und Staat hat inzwischen stattgefunden und die materialen Bedingungen wissenschaftlicher Arbeit soweit unterworfen, daß die Selbständigkeit der Moral als falsche Hypostase dekuvriert.“ [46, S. 30/1] Die zweite Position ist mit demselben Argument zu kritisieren, denn das „leere Sollen“ als Heuchelei abzutun verkennt ebenso die Umstände, warum es zu einem solchen geworden ist. „Der Zerfall der Moral ist nicht durch die Moral selbst gesetzt.“ [46, S. 30] Es gilt zu verstehen, wie der Zerfall möglich war, um dann die Umstände so einzurichten, daß das Sollen nicht mehr leer bleibt.

Danksagung Ich danke herzlichst Ulrich Ruschig (Carl-von-Ossietzky Universität Oldenburg) für zahlreiche Anregungen und Hilfen.

Literatur

1. *Projektstudium Mathematik: Intentionen, Erfahrungen, Kritik.* Verlag Roter Stern, Frankfurt/Main, 1975.
2. Theodor W. Adorno. *Kants ‘Kritik der reinen Vernunft’: (1959).* Nachgelassene Schriften: Abt. 4, Vorlesungen; Bd. 4. Suhrkamp, Frankfurt am Main, 1995.
3. Aristoteles. *Metaphysik.* Übersetzung v. H. Bonitz, Bearbeitung von H. Seidl, Paginierung nach der Preußischen Akademieausgabe von I. Bekker, Berlin 1831. Felix Meiner Verlag, Hamburg, 1978.
4. Aristoteles. *Analytica Posteriora.* Übersetzt und erläuert von W. Detel, 1. Halbbd., Bd. 3, Teil II. Akademie Verlag, Berlin, 1993.
5. Francis Bacon. *Aphorismen von der Auslegung der Natur und der Herrschaft des Menschen.* In: Neues Organ der Wissenschaften, Erstes Buch, 1620. Übersetzung von A.T. Brück 1830. Reprint der Wissenschaftlichen Buchgesellschaft, Darmstadt, 1981.
6. Friedrich Ludwig Bauer. Was heißt und was ist Informatik? S. 349–368 in: Michael Otte (Hrsg.) *Mathematiker über die Mathematik.* Springer-Verlag, Berlin, 1974.
7. Jonathan Betts. *John Harrison.* National Maritime Museum Publ., Greenwich, 1997.
8. Harald Boehme. Analysis bei Hegel. *Math. Semesterberichte*, 61:159–181, 2014.
9. Gernot Böhme. Wissenschaft - Technik - Gesellschaft, Zehn Semester interdisziplinäres Kolloquium an der Technischen Hochschule Darmstadt. In: Präsident der THD (Hrsg.) *THD-Schriftenreihe Wissenschaft und Technik.* Darmstadt, 1984.
10. Nicolas Bourbaki. Die Architektur der Mathematik. *Physikalische Blätter*, 17:161–166, 212–218, 1971.
11. Bertolt Brecht. *Im Dickicht der Städte.* In: Die Stücke von Bertolt Brecht in einem Band. Suhrkamp Verlag, Frankfurt am Main, 1978.
12. Egbert Brieskorn. Über die Dialektik in der Mathematik. S. 221–286 in: Michael Otte (Herausg.) *Mathematiker über die Mathematik.* Springer-Verlag, Berlin, 1974.
13. Peter Bulthaup. *Zur gesellschaftlichen Funktion der Naturwissenschaften.* Suhrkamp Verlag, Frankfurt am Main, 1973.
14. Peter Bulthaup. Zweckmäßigkeit, absoluter Zweck, Begriff · Kritik der Hegelschen Deduktion des Begriffs. S. 184-189 in: Andreas Knahl, Jan Müller und Michael Städtler (Herausg.) *Mit und gegen Hegel.* zu Klampen Verlag, Lüneburg, 2000.
15. Réne Descartes. *Die Prinzipien der Philosophie.* Übersetzt und erläutert von Artur Buchenau, Nachdruck der vierten Auflage von 1922. Felix Meiner Verlag, Hamburg, 1955.
16. P. Deuflhard, M. Grötschel, D. Hömberg, U. Horst, J. Kramer, V. Mehrmann, K. Polthier, F. Schmidt, C. Schütte, M. Skutella, and J. Sprekels (Hrsg.). *MATHEON – Mathematics for Key Technologies.* European Mathematical Society Publishing House, Zürich, 2014.
17. Eduard Jan Dijksterhuis. *Die Mechanisierung des Weltbildes.* Springer-Verlag, Berlin, 1956.
18. Friedrich Engels. *Anti-Dühring, Dialektik der Natur.* Karl Marx · Friedrich Engels · Werke, Band 20. Dietz Verlag, Berlin, 1960.
19. Euklid. *Die Elemente: Buch I–XIII.* Nach Heibergs Text aus Griech. übers. u. hrsg. von Clemens Thaer. Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1980.
20. Johann Gottlieb Fichte. *Einige Vorlesungen über die Bestimmung des Gelehrten (1794).* In: I. H. Fichte (Hrsg.) Fichtes Werke Bd. VI. Walter de Gruyter u. Co., Berlin, 1971.
21. Kurt Flasch. *Das philosophische Denken im Mittelalter.* 3. unveränderte Auflage, 1. Auflage 1986. Reclam, Stuttgart, 2013.
22. Georg Wilhelm Friedrich Hegel. *Jenaer Systementwürfe II.* In: Rolf-Peter Horstmann und Johann Heinrich Trede (Hrsg.) Gesammelte Werke Band 7. Zitiert wird die Paginierung des Orginals. Felix Meiner Verlag, Hamburg, 1971.
23. Georg Wilhelm Friedrich Hegel. *Wissenschaft der Logik, Zweiter Band (1816).* In: F. Hogemann u. W. Jeaschke (Hrsg.) Gesammelte Werke Band 12. Zitiert wird die Paginierung des Orginals. Felix Meiner Verlag, Hamburg, 1981.
24. Georg Wilhelm Friedrich Hegel. *Vorlesungen über die Geschichte der Philosophie · Teil 3 · Griechische Philosophie · II. Plato bis Proklos.* Hrsg. v. Pierre Garniron u. Walter Jaeschke. Felix Meiner Verlag, Hamburg, 1996.
25. Georg Wilhelm Friedrich Hegel. *Wissenschaft der Logik. Erster Teil. Die objektive Logik. Erster Band. Die Lehre vom Sein (1832).* In: F. Hogemann u. W. Jeaschke (Hrsg.) Gesammelte Werke Band 21, 2. verbesserte Auflage. Zitiert wird die Paginierung des Orginals. Felix Meiner Verlag, Hamburg, 2008.
26. Susann Hensel. Die Auseinandersetzungen um die mathematische Ausbildung der Ingenieure an den technischen Hochschulen Deutschlands Ende des 19. Jahrhunderts. S. 1-111 in: Susann Hensel, Karl-Norbert Ihmig und Michael Otte (Herausg.) *Mathematik und Technik im 19. Jahrhundert in Deutschland.* Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen, 1989.
27. K.H. Hoffman, W. Jäger, T. Lohmann, and H. Schunck (Hrsg.). *Mathematik – Schlüsseltechnologie für die Zukunft · Verbundprojekte zwischen Universität und Industrie.* Springer-Verlag, Berlin, 1996.
28. Johannes Hoffmeister. *Wörterbuch der philosophischen Begriffe.* Begr. von Friedrich Kirchner u. Carl Michaelis; fortges. von Johannes Hoffmeister; herausgeb. von Arnim Regenbogen und Uwe Meyer. Felix Meiner Verlag, Hamburg, 1998.
29. Max Horkheimer. *Fragen des Hochschulunterrichts (1952).* In: G. Schmid Noerr (Hrsg.) Gesammelte Schriften Bd. 8. S. Fischer Verlag, Frankfurt am Main, 1985.

30. Volker Hunecke. Der ‘Kampf ums Dasein’ und die Reform der technischen Erziehung im Denken Alois Riedlers. S. 301-313, Bd. 1 in Reinhard Rürup (Hrsg.) *Wissenschaft und Gesellschaft*, 2 Bde, Berlin, 1979. Springer.
31. Achim Ilchmann. Kritik der Übergänge zu den ersten Kategorien in Hegels Wissenschaft der Logik. *Hegel–Studien*, 27:11–25, 1992.
32. Carl Gustav Jakob Jacobi. Über die Pariser Polytechnische Schule, Vortrag am 22.05.1835 in der öffentlichen Sitzung der physikalisch-ökonomischen Gesellschaft zu Königsberg. S. 355–370 in Karl Weierstraß (Hrsg.) C.G.J. Jacobis Gesammelte Werke Bd. VII. 1891.
33. Immanuel Kant. *Kritik der praktiven Vernunft.* Kants gesammelte Schriften. Hrsg. von der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften. Band V. Berlin, 1908/13.
34. Immanuel Kant. *Kritik der reinen Vernunft 1781 und 1787.* Hrsg. von Raymund Schmidt. Felix Meiner Verlag, Leipzig, 1944.
35. Felix Klein. Über die Beziehungen der neueren Mathematik zu den Anwendungen, Antrittsrede in Leipzig am 25.10.1880. *Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht*, 26:535–540, 1895.
36. Felix Klein. *Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert, Teil 1.* Verlag Julius Springer, Berlin, 1926.
37. Karl Marx. *Das Kapital, Kritik der politischen Ökonomie, Erster Band.* Karl Marx · Friedrich Engels · Werke, Band 23. Dietz Verlag, Berlin, 1962.
38. James Clerk Maxwell. On govenors. *Proceedings of the Royal Society*, 16(270–283), 1868.
39. Friedrich Nietzsche. Über die Zukunft unserer Bildungsanstalten. S. 175–263 in Karl Schechta (Hrsg.) *Friedrich Nietzsche: Werke in drei Bänden.* Carl Hanser Verlag, München, Wien, 1956.
40. Hans Josef Pesch. *Schlüsseltechnologie Mathematik. Einblicke in aktuelle Anwendungen der Mathematik.* B. G. Teubner, Stuttgart/Leipzig/Wiesbaden, 2002.
41. Platon. *Apologia Sokratus, Kriton [u.a.].* Band 8/2 in Werke in 8 Bänden. Bearbeitet von Klaus Schöpsdau, Hrsg. von Gunther Eigler; deutsche Übersetzung von Friedrich Schleiermacher. Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1990.
42. Platon. *Phaidon, Das Gastmahl, Kratylos.* Band 8/3 in Werke in 8 Bänden. Bearbeitet von Klaus Schöpsdau, Hrsg. von Gunther Eigler; deutsche Übersetzung von Friedrich Schleiermacher. Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1990.
43. Dieter Prätzel-Wolters and Helmut Neunzert. *Mathematik im Fraunhofer-Institut · Problemgetrieben – Modellbezogen – Lösungsorientiert.* Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2015.
44. Alois Riedler. Die Ziele der technischen Hochschulen. *Zeitschrift des VDI*, 40:301–309, 1896.
45. Ulrich Ruschig. Chemiker kämpfen für Deutschland – Chemie und Nationalsozialismus. S. 1-28 in *ASTA*. Carl-von-Ossietzky-Universität Oldenburg, Oldenburg, 1985.
46. Ulrich Ruschig. Korruption der Wissenschaft. S. 21–32 in: Gesellschaftswissenschaftliches Institut e. V. (Hrsg.) *Traditionell kritische Theorie.* Königshausen & Neumann, Würzburg, 1995.
47. Ulrich Ruschig. Der intelligible Charakter bei Kant und die Moral der Wissenschaft. S. 315–326 in: V. Gerhardt, R.-P. Horstmann und R. Schumacher (Hrsg.) Kant und die Berliner Aufklärung, Akten des IX. Internationalen Kant-Kongresses. Berlin, New York, 2001.
48. Ulrich Ruschig. Randglossen zur ‘Bewegung des Begriffs’. S. 67–92 in: Johann Kreuzer (Hrsg.) *Hegels Aktualität, Über die Wirklichkeit der Vernunft in postmetaphysischer Zeit.* Wilhelm Fink Verlag, München, 2010.
49. Anton Sebastian. *A Dictionary of the History of Science.* CRC Press-Parthenon Publishers, New York, 2001.
50. Dirk Jan Struik. *Abriß der Geschichte der Mathematik.* VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1976.
51. Karlfried Gründer, Joachim Ritter und Gottfried Gabriel (Hrsg.). *Historisches Wörterbuch der Philosophie.* Wissenschaftliche Buchgesellschaft Darmstadt, Darmstadt, 2004.
52. Hans Wußing and Wolfgang Arnold. *Biographien bedeutender Mathematiker.* VEB Verlag Volk und Wissen, Berlin, 1975.